

**Conseils :**

- Ce devoir comporte trois exercices indépendants.
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **ré-daction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).  
**Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés.** Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- Changer de page pour un nouvel exercice.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

**I. VOIE ÉLECTRIFIÉE**

Une motrice de train (locomotive) est alimentée en courant continu.

L'alimentation est réalisée par des sous-stations  $S_i$  distantes de  $D$ . Ces sous stations relient les rails (portés au potentiel nul  $V_T = 0$ ) à la caténaire  $AB$ . Chaque source  $S_i$  sera représentée par un générateur idéal de tension  $E$  (borne positive du côté de la caténaire).

La motrice  $M$  est branchée entre les rails et la caténaire. On supposera que son moteur est alimenté par un courant constant  $\eta$ , c'est-à-dire qu'il pourra être modélisé par un générateur de courant idéal.

De plus, la caténaire présente une résistance électrique proportionnelle à sa longueur : si elle mesure  $l$ , sa résistance est  $\rho l$ ,  $\rho$  est la résistance linéique (d'unité  $\Omega.m^{-1}$ ).

La résistance électrique des rails est négligée, le système (représenté ci-dessous à gauche) est donc, du point de vue électrique, équivalent au circuit ci-dessous à droite (figure 1).

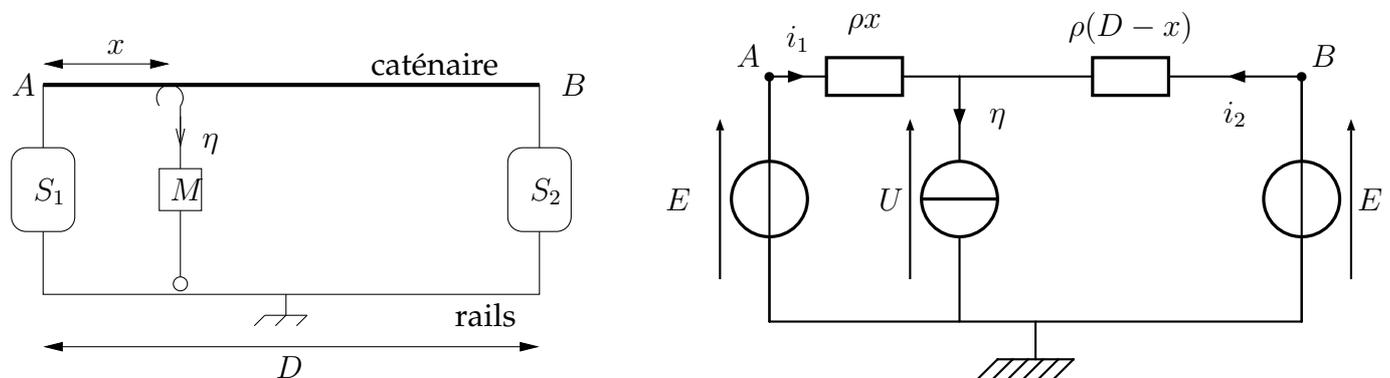


FIGURE 1 – Système et son équivalent électrique.

1. On considère une section de ligne de longueur  $D$  alimentée par deux stations (Cf. figure 1). On note  $x$  la longueur de caténaire séparant la motrice de la sous station  $S_1$ .

- Q1 (a) En appliquant une loi des mailles dans la « grande maille », exprimer  $i_1$  en fonction de  $x$ ,  $D$  et  $\eta$ .
- Q2 (b) Exprimer la tension  $U$  aux bornes de la motrice en fonction de  $E$ ,  $\rho$ ,  $x$ ,  $D$  et  $\eta$ .
- Q3 (c) En déduire la chute de tension  $\Delta U = E - U$  en fonction de  $x$ ,  $\rho$  et  $D$ .
- Q4 (d) Montrer que la chute de tension est maximale en  $x = \frac{D}{2}$ . Que vaut alors  $\Delta U$  ?
- Q5 (e) Calculer  $D_{\max}$  la valeur maximale de  $D$  pour maintenir une valeur de  $\Delta U$  inférieure à  $(\Delta U)_{\max}$ , valeur maximale admissible pour que le moteur de la motrice fonctionne correctement.
- Q6 Faire l'application numérique pour  $\rho = 5.10^{-5} \Omega.m^{-1}$ ,  $\eta = 800 \text{ A}$  et  $(\Delta U)_{\max} = 45 \text{ V}$ .

2. Une section de même longueur  $D$  est - dans cette question - alimentée par une seule station selon la figure 2 ci-dessous.

La caténaire est constituée de deux fils identiques  $AB$  et  $A'B'$  (longueur  $D$ , résistance linéique  $\rho$ ) reliés aux extrémités. La motrice est branchée entre les rails et l'un des fils.

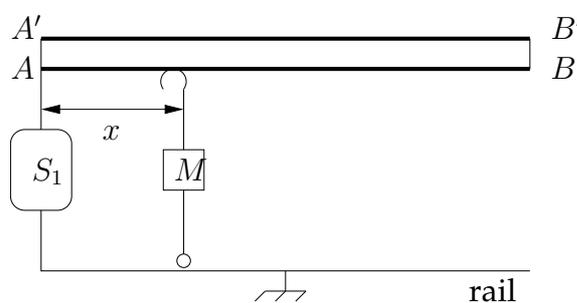
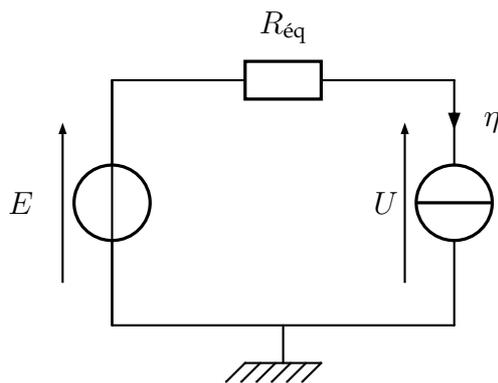


FIGURE 2 – Système à double caténaire.

- Q7 (a) Déterminer l'équivalent électrique de ce nouveau système (de façon similaire à la figure 1).
- Q8 (b) Montrer que le circuit est équivalent au schéma ci-dessous avec  $R_{\text{éq}} = \frac{\rho^2 x(2D - x)}{2\rho D}$ .



- Q9 (c) En déduire la chute de tension  $\Delta U = E - U$  en fonction de  $x$ ,  $\rho$  et  $D$ .
- Q10 (d) Pour quelle valeur de  $x$  a-t-on  $\Delta U$  maximale ? On pourra s'aider des calculs précédents en transposant le résultat.  
Vérifier la cohérence et l'homogénéité de l'expression obtenue.
- Q11 (e) Calculer  $D_{\max}$  la valeur maximale de  $D$  pour maintenir une valeur de  $\Delta U$  inférieure à  $(\Delta U)_{\max}$ , valeur maximale admissible pour que le moteur de la motrice fonctionne correctement.
- Q12 Faire l'application numérique avec les valeurs précédentes.

3. On revient à un système de deux stations, mais avec une caténaire à deux fils court-circuités au milieu de la ligne (figure 3 ci-dessous).

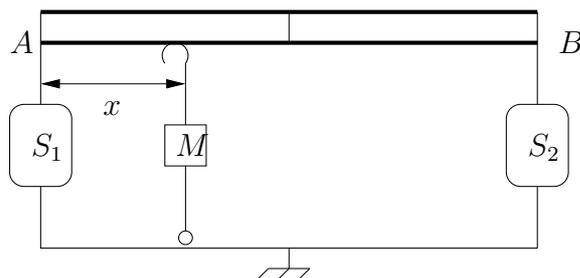


FIGURE 3 – Système à deux sous-stations.

- Q13 4. Déterminer l'équivalent électrique de ce nouveau système (de façon similaire à la figure 1).
- Q14 5. Montrer que  $U = E - \frac{\rho x(2D-3x)}{2D}\eta$ . Vu la symétrie du système, on se contentera de faire l'étude pour  $0 < x < \frac{D}{2}$ .
- Q15 6. En déduire la chute de tension  $\Delta U = E - U$  en fonction de  $x$ ,  $\rho$  et  $D$ .
- Q16 7. Pour quelle valeur de  $x$  a-t-on  $\Delta U$  maximale? On pourra s'aider des calculs précédents en transposant le résultat.
- Q17 8. Quel est, à votre avis, le meilleur de ces trois systèmes? Justifier.

## II. À PROPOS DE LA CHARGE D'UN CONDENSATEUR

### A. Charge d'un condensateur à travers une résistance

Un dipôle comporte entre deux bornes  $A$  et  $B$  une résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C$  placés en série.

On place aux bornes  $A$  et  $B$  du dipôle un générateur idéal de force électromotrice constante  $E$  et un interrupteur  $K$ .

Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit  $v_s$  la tension aux bornes du condensateur.

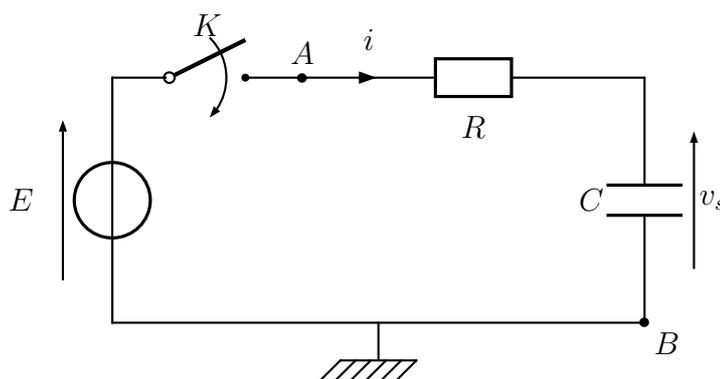


FIGURE 1 – Charge du condensateur.

À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

- Q18 1. Quelle est la valeur  $v_s(0^+)$  et  $v_s(\infty)$  de la tension  $v_s$  respectivement juste après la fermeture de  $K$  et au bout d'un temps très long (infini)? Justifier.
- Q19 Même question pour  $i$ , l'intensité du courant dans le circuit : on donnera  $i(0^+)$  et  $i(\infty)$ .
- Q20 2. On pose  $\tau = RC$  et on se place à  $t \geq 0$ .
- Q21 (a) Quelle est la dimension de  $\tau$ ? Démontrer ce résultat.
- Q22 (b) Établir l'équation différentielle à laquelle obéit  $v_s(t)$ .
- Q22 (c) Établir l'expression de la tension  $v_s(t)$  pour  $t \geq 0$ .
- Q23 (d) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $v_s(t)$ .  
On fera apparaître la tangente à l'origine (dont on donnera l'équation) et l'asymptote.
- Q24 (e) Déterminer, en fonction de  $\tau$ , l'expression du temps  $t_1$  à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1 % de sa charge finale.
- Q25 3. Déterminer l'expression de  $i(t)$ .

### B. Étude énergétique de la charge du condensateur

- Q26 1. Exprimer l'énergie  $E_C$  emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de  $C$  et  $E$ .
- Q27 2. Déterminer l'énergie  $E_G$  fournie par le générateur lors de la charge (entre  $t = 0$  et  $t = \infty$ ).
- Q28 En déduire celle  $E_R$  dissipée par effet Joule dans le résistor lors de la charge.
- Q29 3. Définir et calculer le rendement énergétique  $\rho$  de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance. Commenter.

### III. PROPAGATION D'ONDES SONORES

#### 1. Deux haut-parleurs face-à-face

Q30 1. On considère une onde progressive sinusoïdale  $p(x,t)$  qui se propage selon  $+\vec{e}_x$ . Expliciter la forme de l'onde en fonction de sa pulsation  $\omega$ , son vecteur d'onde  $k$  et son amplitude  $P_0$ .

On dispose de deux haut-parleurs, pouvant être alimentés par un générateur basses fréquences (GBF) de fréquence  $f = 1000$  Hz, ainsi que de deux microphones. La vitesse du son est notée  $c$  et vaut  $340 \text{ m.s}^{-1}$ .

Q31 2. (a) Donner l'expression, puis la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$ .  
 (b) Dans un premier temps on n'utilise qu'un seul haut-parleur. Si l'on dispose seulement d'un microphone, peut-on mettre en évidence la propagation de l'onde et mesurer la longueur d'onde en utilisant un oscilloscope en mode monocourbe (c'est-à-dire avec un seul canal de mesure)?

Q32 Proposer ensuite une solution en utilisant un oscilloscope en mode bicourbe. On fera un schéma du montage et on expliquera le principe de la mesure.

On utilise désormais les deux haut-parleurs, placés face à face à une distance  $d$ , aux points  $O$  et  $A$  de l'axe  $Ox$ . Ils sont alimentés en parallèle par le GBF. On note  $e(t) = e_0 \cos(2\pi ft)$  la tension délivrée par le GBF. On supposera que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde produite par l'autre haut-parleur, et notamment n'engendre pas d'onde réfléchi. Chaque haut-parleur est supposé émettre une onde acoustique de même phase que la tension d'alimentation et on négligera toute atténuation des ondes sonores.

Q33 3. (a) Faire un schéma du dispositif.

Q34 (b) Donner la forme générale de l'onde engendrée par le haut-parleur de gauche  $p_g(x,t)$ .

Q35 (c) Exprimer l'onde engendrée par le haut-parleur de droite  $p_d(x,t)$ . On vérifiera explicitement que les deux haut-parleurs émettent en phase, c'est-à-dire que  $p_d(x = d, t) = p_g(x = 0, t)$ .

Q36 (d) L'onde entre les deux haut-parleurs est la superposition des deux ondes déterminées ci-dessus. On désire qu'au niveau du haut-parleur de gauche se forme un nœud de vibration. Exprimer les distances  $d_n$  que l'on peut alors choisir en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et d'un entier  $n$ .

Q37 (e) Qu'en est-il au niveau du haut-parleur de droite? Tracer l'allure des ondes obtenues à un certain temps pour les trois entiers les plus faibles.

Q38 (f) Reprendre les deux dernières questions si l'on veut obtenir sur le haut-parleur de gauche un ventre de vibration. Expliquer qualitativement la condition obtenue.

#### B. Interférences de deux ondes

On considère les deux mêmes haut-parleurs, positionnés comme précédemment mais émettant dans la même direction vers la droite selon les  $x$  positifs. Un récepteur  $R$  placé en  $x_0 > d$  délivre une tension proportionnelle à la surpression acoustique en ce point.

Q39 4. Faire un schéma du dispositif.

Q40 5. Donner l'expression du déphasage  $\Delta\varphi_{d/g}$  du signal associé à  $p_d$  au point d'abscisse  $x_0$  par rapport à celui associé à  $p_g$  en ce même point.

- Q41 6. En déduire la différence de marche  $\delta$  entre les ondes au niveau du récepteur.
- Q42 7. Pour quelles valeurs de  $x_0$  obtient-on une interférence constructive ?

### C. Signal d'alimentation d'un haut-parleur

On se concentre maintenant sur la tension électrique produite par le GBF, toujours de la forme  $e(t) = e_0 \cos(2\pi ft)$  pour l'instant. On pourra considérer qu'un seul des deux haut-parleurs est branché au générateur.

- Q43 8. Calculer la valeur efficace  $E_{eff}$  de  $e(t)$  en fonction de  $e_0$ . Faire l'application numérique pour  $e_0 = 3\text{ V}$ .
- Q44 9. Représenter le spectre de Fourier du signal  $e(t)$ .

Sans changer le réglage de fréquence du GBF, la forme du signal est modifiée : un signal rectangulaire de fréquence  $f$ , noté  $e'(t)$ , alimente désormais le haut-parleur. Ce signal prend la valeur  $e'_0$  sur une demi-période, et la valeur  $-e'_0$  sur l'autre demi-période.

- Q45 10. Calculer la valeur efficace  $E'_{eff}$  de  $e'(t)$  en fonction de  $e'_0$ .
- Q46 11. Exprimer en fonction de  $e_0$  la valeur de  $e'_0$  permettant d'alimenter les haut-parleurs avec la même puissance, c'est-à-dire d'obtenir l'égalité  $E_{eff} = E'_{eff}$ . Faire l'application numérique pour  $e_0 = 3\text{ V}$ .
- Q47 12. Représenter un spectre plausible pour le signal  $e'(t)$ . L'énoncé n'attend pas forcément le spectre exact et précis d'un signal créneau.

# I. VOIE ÉLECTRIFIÉE

1. Étude du circuit de la figure 1.

(a) Une loi des mailles donne  $E - \rho x i_1 = E - \rho(D - x) i_2$ . Toutefois il faut aussi exprimer  $i_2$  en fonction de  $\eta$  et donc on applique la loi des nœuds :  $i_2 = \eta - i_1$ . On en déduit

Q1 
$$\rho x i_1 = \rho(D - x)(\eta - i_1) \Rightarrow \rho D i_1 = \rho(D - x)\eta \Rightarrow i_1 = \frac{D - x}{D}\eta$$

Q2 (b) D'après la loi des mailles dans « la maille de gauche » :  $E - \rho x i_1 = U \Rightarrow U = E - \rho x \frac{D - x}{D}\eta$

Q3 (c) On en déduit enfin 
$$\Delta U = E - U = \frac{\rho x(D - x)}{D}\eta.$$

On pouvait également obtenir ce résultat en écrivant la loi des nœuds en terme de potentiels au nœud C.

$$\frac{V_T - V_C + E}{\rho x} - \eta + \frac{V_T - V_C + E}{\rho(D - x)} = 0 \text{ avec } V_T = 0 \text{ et } U = V_C$$

Q4 (d)  $\Delta U$  est maximale pour  $x$  tel que  $\frac{d\Delta U}{dx} = 0 \iff \frac{d}{dx}(x(D - x)) = 0 \iff D - x - x = 0$  soit  $x = \frac{D}{2}$ .

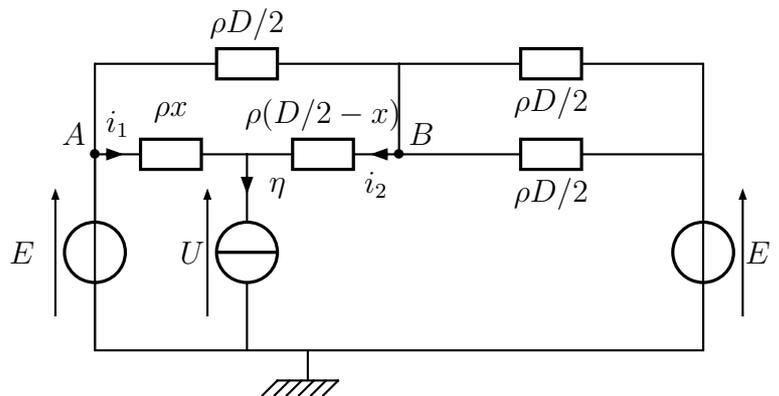
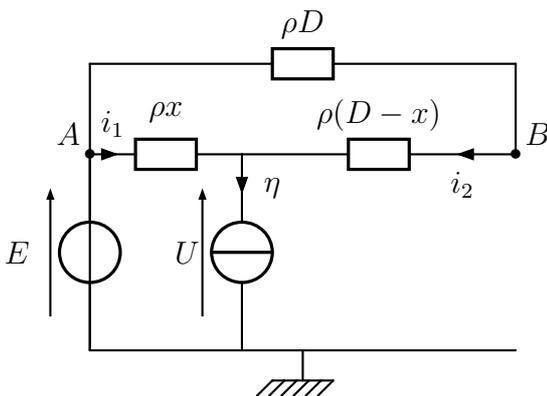
Le résultat obtenu est bien homogène à une distance et cohérent puisque la chute de potentiel est maximale quand la motrice se trouve au plus loin des deux stations. On obtient alors :

$$\Delta U_{\max} = \Delta U(x = \frac{D}{2}) = \frac{D/2(D - D/2)\rho}{D}\eta = \frac{D\rho\eta}{4}$$

Q5 (e) Compte tenu de la question précédente, on trouve  $D_{\max} = \frac{4\Delta U_{\max}}{\rho\eta}$

Q6 Soit numériquement  $4500 \text{ m.}$

2. Figure 2.



Q7 (a) On remplace les stations par des générateurs de tensions idéaux et la motrice par un générateur de courant idéal. On a ainsi le circuit représenté ci-dessus à gauche.

Q8 (b) On simplifie le circuit en associant les résistors (série, puis parallèle). La première résistance équivalente en série vaut  $R_{eq,1} = \rho D + \rho(D - x) = \rho(2D - x)$ . La deuxième en parallèle donne  $R_{\acute{e}q} = R_{\acute{e}q} = \frac{\rho x \times \rho(2D - x)}{\rho x + \rho(2D - x)} = \frac{\rho^2 x(2D - x)}{2\rho D}$

Q9 (c) L'application d'une loi des mailles donne alors  $E - R_{\text{éq}} \cdot \eta - U = 0$  et finalement,

$$\Delta U = \frac{\rho x(2D - x)}{2D} \eta$$

(d) On retrouve exactement la même expression que dans la question précédente en remplaçant  $D$  par  $D' = 2D$ . On peut donc directement transposer les résultats. On aura

Q10 ainsi,  $\Delta U$  maximale pour  $x = \frac{D'}{2} = D$

Il est cohérent que la chute soit la plus grande lorsque la motrice est la plus éloignée de la station, soit en  $D$ , de plus la relation est bien entendu homogène car  $x$  et  $D$  sont des distances.

Q11 (e) De même  $D_{\text{max}} = \frac{1}{2} D'_{\text{max}} = \frac{2\Delta U_{\text{max}}}{\rho \eta}$  soit numériquement :

Q12  $D_{\text{max}} = \frac{2\Delta U_{\text{max}}}{\rho \eta} = 2250 \text{ m.}$

Q13 3. On trace le circuit équivalent (figure ci-dessus à droite).

4. On peut ensuite associer les deux résistors  $\rho \frac{D}{2}$  placés en parallèle entre  $D$  et  $B$  en un résistor e résistance  $\rho \frac{D}{4}$ .

On applique ensuite une loi des nœuds en termes de potentiels en  $C$  puis en  $D$  pour obtenir le système d'équations suivant :  $V_T = 0, V_C = U, V_A = V_B = E,$

$$\frac{E - U}{\rho x} - \eta + \frac{V_D - U}{\rho(\frac{D}{2} - x)} = 0 \text{ et } \frac{U - V_D}{\rho(\frac{D}{2} - x)} + \frac{E - V_D}{\rho D/4} + \frac{E - V_D}{\rho D/2} = 0$$

$$0 = -\eta + \frac{E - V_C}{\rho x} + \frac{V_D - V_C}{\rho(\frac{D}{2} - x)} \tag{1}$$

$$0 = \frac{V_C - V_D}{\rho(\frac{D}{2} - x)} + \frac{E - V_D}{\rho \frac{D}{4}} + \frac{E - V_D}{\rho \frac{D}{2}} \tag{2}$$

L'équation 2  $\Rightarrow \frac{V_C - V_D}{(\frac{D}{2} - x)} + 6 \frac{E - V_D}{D} = 0 \Rightarrow (V_C - V_D)D + 6(E - V_D)(\frac{D}{2} - x) = 0$  d'où

$$V_D = \frac{DV_C + E(3D - 6x)}{4D - 6x}$$

On remplace ensuite dans l'équation 1 :

$$0 = -\eta\rho + \frac{E - V_C}{x} + \frac{DV_C + E(3D - 6x) - V_C(D + 3D - 6x)}{(4D - 6x)(\frac{D}{2} - x)} \tag{3}$$

$$\Rightarrow \eta\rho = \frac{E - V_C}{x} + 3 \frac{(E - V_C)(D - 2x)}{(2D - 3x)(D - 2x)} \tag{4}$$

$$\Rightarrow \eta\rho = (E - V_C) \left( \frac{1}{x} + \frac{3}{2D - 3x} \right) = (E - V_C) \left( \frac{2D - 3x + 3x}{x(2D - 3x)} \right) \tag{5}$$

$$\Rightarrow E - V_C = \eta\rho \frac{x(2D - 3x)}{2D} \tag{6}$$

Q14 D'où  $\Delta U = \eta\rho \frac{x(2D - 3x)}{2D}$

$$U = E - \frac{\rho x(2D - 3x)}{2D} \eta \text{ et}$$

Remarque : comme  $A$  et  $B$  sont au même potentiel, on pouvait également les relier par un fil sans que cela modifie le circuit. On faisait alors apparaître d'autres résistors en parallèle et la simplification pouvait se poursuivre.

- Q15 5. On en déduit immédiatement :  $\Delta U = E - U = \frac{\rho x(2D - 3x)}{2D} \eta$ .
- Q16 6.  $\Delta U$  est maximale quand  $\frac{d\Delta U}{dx} = 0 \iff \frac{d}{dx}(x(2D - 3x)) = 0 \Rightarrow 2D - 3x - 3x = 0$  d'où  $x = \frac{D}{3}$   
 et on a alors  $\Delta U_{\max} = \frac{1}{6} \rho \eta D_{\max}$  soit  $D_{\max} = \frac{6\Delta U_{\max}}{\rho \eta} \simeq 6750 \text{ m}$ .
- Q17 7. Le meilleur de ces trois systèmes est celui pour lequel on a besoin de moins de sous stations a priori.  
 ➤ Système 1 : une sous station tous les 4,5 km.  
 ➤ Système 2 : idem et nécessite l'installation de plus de caténaires.  
 ➤ Système 3 : une sous station tous les 6,75 km : le  $\boxed{\text{dernier système semble le plus avantageux.}}$

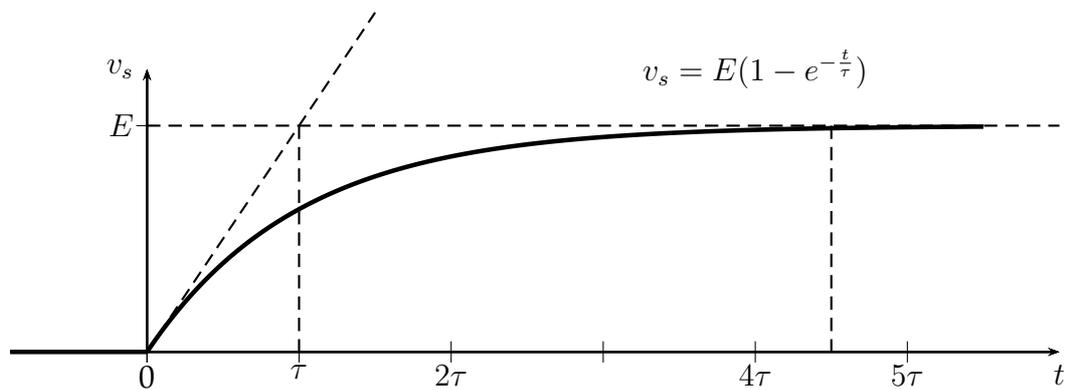
Le résultat est bien entendu à nuancer si le prix des câbles est important.

## II. À PROPOS DE LA CHARGE D'UN CONDENSATEUR

CCP TSI, École de l'air 2004, Précis Bréal.

### A. Charge d'un condensateur à travers une résistance.

- Q18 1. On trace le circuit équivalent à  $t = 0^+$  en respectant la continuité de la tension aux bornes du condensateur :  $v_s(0^-) = \boxed{v_s(0^+) = 0}$ . La loi des mailles nous permet d'écrire  $\boxed{i(0^+) = \frac{E}{R}}$ .
- Q19 En régime permanent ( $t \rightarrow \infty$ ), le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert :  $\boxed{i(\infty) = 0}$  et une loi des mailles permet d'obtenir  $E - R \times 0 - v_s = 0$  d'où  $\boxed{v_s(\infty) = E}$ .
- Q20 2. (a) On donne  $\tau = RC$ , c'est la constante de temps du circuit, elle a la dimension d'un  $\boxed{\text{temps}}$ .  
 On peut démontrer ce résultat en remarquant que  $i = C \frac{du}{dt}$  aux bornes d'un condensateur donc  $[C] = TI/U$ . De même aux bornes d'une résistance on a la relation constitutive  $u = Ri$  d'où  $[R] = U/I$ . On en déduit que  $[RC] = [R][C] = UI^{-1}TIU^{-1} = \boxed{T}$
- Q21 (b) Par application de la loi des mailles dans la maille du circuit ci-dessus à gauche pour  $t \geq 0$ , c'est à dire quand  $K$  est fermé, la tension à ses bornes est alors nulle et  $E - 0 - Ri - v_s = 0$  avec  $i = C \frac{dv_s}{dt}$  soit  $\boxed{\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau} = \frac{E}{\tau}}$  avec  $\tau = RC$ .
- Q22 (c) La solution de ce type d'équation est de la forme  $v_s(t) = A \cdot \exp(-\frac{t}{\tau}) + \text{sol}_p$ . On trouve une solution particulière sous la forme d'une constante :  $t \mapsto E$  et en utilisant  $v_s(0^+) = 0$ , on détermine les constantes pour aboutir à  $\boxed{v_s(t) = E \left[ 1 - \exp(-\frac{t}{\tau}) \right]}$ .
- Q23 (d) Tracé de  $v_s(t)$  : la tangente à l'origine coupe l'asymptote  $E$  en  $t = \tau$ .  
 L'équation de la tangente en zéro est  $y(t) = \frac{dv_s}{dt}(0^+)t + 0$  ce qui donne  $\boxed{y(t) = \frac{E}{\tau}t}$



(e) À la fin de la charge,  $v_s = E$ , on cherche donc  $t_1$  tel que  $v_s = \frac{99}{100}E$  d'où  $\frac{99}{100}E = E[1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}]$   
 soit  $10^{-2} = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$  et finalement,  $t_1 = \tau \ln 100 \simeq 4,6\tau$ .

Q24

Q25

3. De l'expression de  $v_s(t)$ , on déduit  $i(t) = C \frac{dv_s}{dt} = \frac{E}{R} \exp(-\frac{t}{\tau})$ .

## B. Étude énergétique de la charge du condensateur.

Q26

1. Lorsque la charge est terminée,  $v_s = E$  et  $E_C = \frac{1}{2}Cv_s^2 = \frac{1}{2}CE^2$ .

Q27

2. Durant la durée  $dt$ , le générateur fournit une énergie  $dE_G = E \cdot i \cdot dt$ . D'où  $E_G = \int_0^\infty E \cdot i \cdot dt = \int_0^E C \cdot E \cdot dv_s$  en utilisant le changement de variable  $i \cdot dt = C \cdot dv_s$ . On en déduit  $E_G = CE^2$ .

Q28

Par conservation de l'énergie, toute l'énergie fournie par le générateur  $E_G$  est soit stockée dans le condensateur, soit dissipée par effet Joule dans le résistor, on a donc  $E_G = E_C + E_R$  d'où  $E_R = E_G - E_C = \frac{1}{2}CE^2$ .

Q29

3. On peut définir le rendement énergétique  $\rho$  comme le quotient de l'énergie stockée dans le condensateur par celle fournie par le générateur :  $\rho = \frac{E_C}{E_G}$ .

On a ici  $\rho = 0,5$  : rendement de 50 % ce qui n'est pas satisfaisant et doit donc être amélioré.

## III. PROPAGATION D'ONDES SONORES

### A. Deux haut-parleurs face à face

Q30

1.  $p(x,t) = P_0 \cos(\omega t - kx)$ . L'onde est en  $\omega t - kx$  car elle se propage selon les  $x$  croissants. On pourrait considérer une phase à l'origine, mais l'énoncé suggère de ne pas le faire. ( $kx - \omega t$  convient parfaitement aussi).

Q31

2. (a)  $\lambda = \frac{c}{f} = 340 \text{ mm}$  (3 chiffres significatifs a priori)

(b) Non, on ne peut pas en monocourbe car on n'a pas la référence des temps. En mode bicourbe, on se place en phase (on ne peut pas voir le retard puisque le signal est sinusoïdal), on se décale ensuite légèrement pour revenir en phase. La distance dont on s'est déplacé est la longueur d'onde. Pour plus de précision, on répète cela pour plusieurs longueur d'onde. On pourrait mesurer  $T$  et utiliser  $\lambda = cT$  car ici l'énoncé donne  $c$ , mais ce n'était pas trop l'idée de la question qui voulait une mesure plus directe de  $\lambda$ .

Q32

Pour schéma et principe, cf TP.

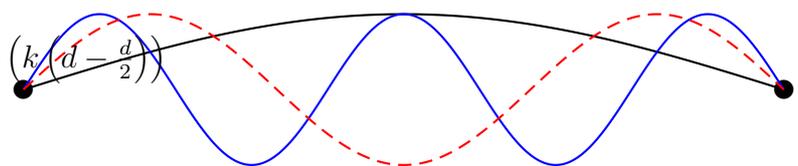
Remarque, on a ici a priori une onde sinusoïdale, on ne peut pas mesurer  $c$  en regardant "le temps mis par l'onde pour arriver" puisque le signal émis est parfaitement périodique. Par exemple si les signaux sont en phase, on ne sait pas si le retard vaut  $T$  ou  $2T$  ou  $500T$ .

- Q33 3. (a) Schéma du dispositif : deux haut-parleurs face à face sur un axe écartés d'une distance  $d$ , reliés à un même GBF.
- Q34 (b)  $p_g(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$ . En  $x = 0$  on a bien  $\cos(\omega t)$  comme l'alimentation.
- (c)  $p_d(x,t) = p_0 \cos(\omega t + kx + \phi)$ . En  $x = d$  on doit avoir la même phase instantanée que l'alimentation ( $\omega t$ ) d'où  $\omega t + kd + \phi = \omega t \Rightarrow \phi = -kd$ .
- Q35  $p_d(x,t) = p_0 \cos(\omega t + k(x - d))$ .
- (d) La somme des deux est  $p_d + p_g = 2p_0 \cos(\omega t - k\frac{d}{2}) \cos(k(x - \frac{d}{2}))$ . Pour avoir un nœud à gauche, il faut que cette fonction soit nulle en  $x = 0$  et ce pour tout  $t$ . donc  $k(0 - \frac{d}{2}) =$
- Q36  $\frac{\pi}{2} + n'\pi \Rightarrow d = \lambda(\frac{1}{2} + n)$

**Attention, ce n'est pas la condition du cours. Ce n'est pas surprenant puisque l'on a ici 2 sources et non une source + une réflexion. Il faudra donc être prudent pour les schémas à la question suivante !**

Une autre manière de voir le même résultat : on a deux sources qui émettent en phase, pour avoir des interférences destructives (donc annulation), il faut que la différence de marche ( $d-0$  ici) soit égale à un demi-entier fois la longueur d'onde, soit  $d = n\lambda + \lambda/2$ , on retrouve bien la même condition en utilisant ses connaissances de cours ou en calculant.

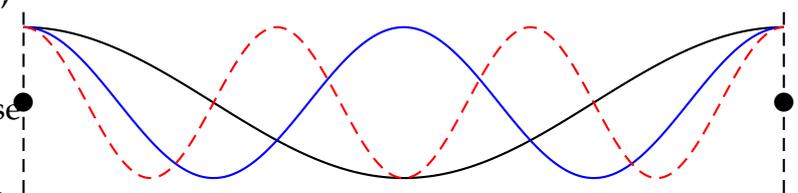
- (e) Pour le haut parleur de droite, on est en  $x = d$  et donc  $p_d + p_g = 2p_0 \cos(\omega t - k\frac{d}{2}) \cos(k(d - \frac{d}{2}))$  donc le 2<sup>e</sup> cosinus a pour argument  $k\frac{d}{2}$  or d'après la question d'avant, on avait  $\cos(-k\frac{d}{2}) = 0$  et comme



- Q37 cosinus est paire, on a de même pour  $\cos(k\frac{d}{2})$

Autre manière de voir les choses : la différence de marche de ce coté-ci est elle aussi  $d$ , la même que précédemment, on a donc les mêmes conditions d'interférences (d'où destructif aussi).

- (f) Si on veut cette fois un ventre, il faut  $k\frac{d}{2} = n\pi$  donc  $d = n\lambda$ . il faut que l'onde envoyée par chaque HP arrive en phase sur l'autre (contrairement à opposition de phase avant), d'où un trajet qui est un multiple entier de la longueur d'onde!



- Q38 Encore une fois, en terme d'interférence, il faudrait ici des interférences constructives, soit  $d = n\lambda$ . On retrouve bien le même résultat.

## B. Interférences de deux ondes

- Q39 3. Schéma du dispositif : deux haut-parleurs tournés vers la droite sur un axe écartés d'une distance  $d$ , reliés à un même GBF. Un récepteur sur la droite situé à une distance  $x_0$  du premier HP.
4. Pour arriver au récepteur, le signal du haut-parleur de gauche parcourt une distance  $x_0$ , ce qui donne un signal en  $\cos(\omega t - kx_0)$ . Le signal du haut-parleur de droite parcourt une distance  $x_0 - d$ , ce qui donne un signal en  $\cos(\omega t - k(x_0 - d))$ .
- Q40 d'où  $\Delta\varphi_{d/g} = kd$
- Q41 5. La différence de marche associée est  $\delta = d$
- Q42 6. On obtient des interférences constructives pour  $\delta = n\lambda$  avec  $n$  un entier. C'est donc une condition qui ne dépend pas de  $x_0$  la position du récepteur mais uniquement des positions des haut-parleurs.

## C. Signal d'alimentation d'un haut-parleur

- Q43 3. Valeur efficace d'un signal sinusoïdal : fait en cours, à savoir faire parfaitement :  $E_{eff} = e_0/\sqrt{2} = 2,1\text{ V}$ . Ne pas oublier l'unité, ne pas laisser le résultat numérique sous la forme  $3/\sqrt{2}$  mais faire l'application numérique + unité. Pour la démonstration, il est nécessaire de linéariser le cosinus carré.

- Q44 4. Il y a seulement un pic de hauteur 3 V à la fréquence 1 kHz.

- Q45 5. Exemple traité en cours.  $e'^2(t)$  est constant, de valeur  $e_0'^2$ , on en déduit  $E'_{eff} = e_0'$ .

- Q46 6.  $e_0/\sqrt{2} = e_0' = 2,1\text{ V}$

- Q47 7. Le signal est périodique, d'après le théorème de Fourier, il peut donc s'écrire comme une somme de sinusoïdes dont les fréquences sont un multiple entier de la fréquence du créneau. On a donc des pics possibles à  $f, 2f, \text{etc...}$  Voir le cours pour le spectre exact qui ne contient en fait que les harmoniques impaires et décroît en  $1/n$ .

