

Conseils :

- Ce devoir comporte 3 exercices.
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **ré-daction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).
Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés. Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- **Numérotez** vos copies doubles : 1/4, 2/4 ... (si 4 copies). N'oubliez pas de mettre votre **Nom** sur chacune des copies.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

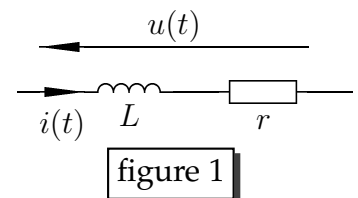
I. CIRCUITS INDUCTIFS

Une bobine réelle est un dipôle constitué par enroulement cylindrique d'un fil électrique. Elle est caractérisée par son inductance L et sa résistance interne r .

A. Bobine réelle.

On considère une bobine réelle d'inductance L et de résistance interne r non nulle. On la modélise par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L avec un résistor de résistance r (figure 1).

- Q1 1. Donner la relation constitutive de la bobine réelle, c'est à dire la relation qui lie $u(t)$ à $i(t)$ sur la figure ci-contre (figure 1).
- Q2 2. En déduire, en fonction de $i(t)$ et ses dérivées, l'expression $p(t)$ de la puissance reçue par la bobine réelle à l'instant t .
- Q3 3. La fonction $i(t)$, intensité du courant qui traverse la bobine réelle, peut-elle être discontinue au sens mathématique du terme ? Justifier la réponse.



B. Application d'un échelon de tension.

On utilise la bobine réelle précédente pour réaliser le circuit représenté ci-contre (figure 2).

Un générateur idéal de tension de force électromotrice E est branché en série avec une résistance R et avec à un interrupteur idéal K pour produire un échelon de tension : pour $t < 0$, K est ouvert, et on ferme K à $t = 0$.

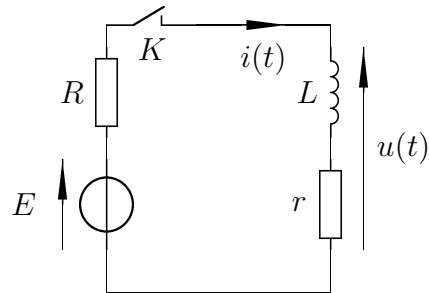


figure 2

Applications numériques :

$$L = 0,1 \text{ H}; r = 10 \Omega; R = 50 \Omega; E = 12 \text{ V}.$$

- Q4 1. Établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité $i(t)$ dans le circuit pour $t \geq 0$.
- Q5 2. Mettre cette équation sous la forme canonique. On fera apparaître la constante de temps τ dont on donnera l'expression et la valeur numérique.
- Q6 3. Déterminer l'expression de $i(t)$ en justifiant soigneusement.
- Q7 4. Tracer soigneusement $i(t)$ en précisant les échelles, la valeur à l'instant initial, celle en régime permanent, ainsi que la tangente à l'origine $(\frac{di}{dt})_{0+}$ (expressions littérales et valeurs numériques).
- Q8 5. Déterminer l'expression de $u(t)$ la tension aux bornes de la bobine **réelle**.
- Q9 6. Déterminer, en fonction de E, R, r, L, t et τ la puissance $p(t)$ reçue par la bobine réelle à t .
- Q10 7. Quelle est la valeur de $p(t)$ en régime permanent?
- Q11 8. Faire l'application numérique et interprétez physiquement.
- Q11 9. Quelle serait l'énergie reçue par la bobine réelle si on faisait tendre t vers l'infini?
- Q12 10. On souhaite observer la tension $u(t)$ à l'oscilloscope. On précise que le générateur n'est pas à masse flottante et impose donc la masse du circuit. Faire un schéma du circuit électrique en faisant apparaître les branchements de l'oscilloscope ($CH1$ et la masse).

C. Réponse du circuit au branchement d'un résistor

On reprend le circuit précédent auquel on ajoute un résistor R en série avec un interrupteur idéal K' (figure 3), le tout en parallèle avec la bobine réelle.

K est fermé depuis assez longtemps pour que le circuit ait atteint le régime permanent. À l'instant $t = 0$, on ferme K' .

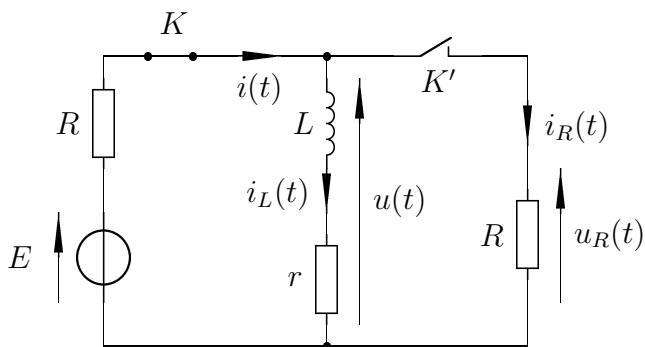


figure 3

- Q13 1. Le générateur idéal de tension en série avec la résistance modélise un générateur réel par son modèle de Thévenin. Proposer un protocole de mesure permettant d'obtenir la résistance interne d'un générateur réel. Donner un ordre de grandeur de la valeur attendue.

2. On cherche à établir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $i_L(t)$.

Q14

(a) Montrer que le générateur de Thévenin est équivalent à un générateur de Norton comprenant un générateur de courant idéal de courant $\eta = \frac{E}{R}$ en parallèle avec une résistance R .

Q15

(b) Montrer, en transformant le circuit, que l'on peut se ramener à un circuit équivalent à celui de la section précédente.

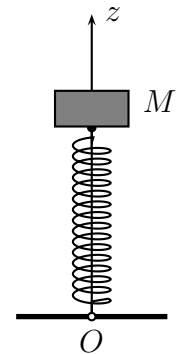
Q16

(c) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i_L(t)$.

II. MESURE DE MASSE EN APESANTEUR

A. Étude préliminaire : le ressort vertical sur Terre

On étudie une masse m , supposée ponctuelle, posée sur un ressort vertical comme sur la figure ci-contre (il n'y a aucun support, la masse repose directement sur le ressort, celui-ci étant contraint à se déplacer verticalement avec la masse). La constante de raideur du ressort est notée k et sa longueur à vide l_0 . L'axe Oz est ascendant et l'origine O est prise sur Terre, à la base du ressort.



- Q17 1. (a) Donner l'expression de la force de rappel du ressort en fonction de z et des données de l'énoncé.
- Q18 (b) Déterminer l'expression de z_{eq} , position de la masse m lorsqu'elle est à l'équilibre.
- Q19 (c) Vérifier explicitement l'homogénéité du résultat de la question précédente.
2. Équation du mouvement :
- Q20 (a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement et la mettre sous la forme

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_{eq} \quad \text{en précisant l'expression de } \omega_0.$$

- Q21 (b) Quelle est la période T des oscillations ?
- Q22 (c) Donner trois formes générales des solutions sans chercher à déterminer les constantes.
3. Chute de la masse sur le ressort : on enlève la masse du ressort puis on la laisse tomber sur le ressort (on suppose que le ressort est contraint à rester vertical). Au moment où la masse entre en contact avec le ressort, elle se déplace à $\vec{v}_0 = -v_0 \vec{e}_z$. On a appliqué un peu de colle sous la masse : par conséquent, elle demeure collée au ressort et oscille verticalement.
- (a) On écrit l'équation du mouvement sous la forme :

$$z(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + z_{part}$$

- Q23 Traduire mathématiquement les conditions initiales. Donner l'expression de $z(t)$ en fonction des données du problème.
- Q24 (b) Dans le but de simplifier la suite des calculs, écrire $z(t)$ sous une autre forme possible faisant apparaître l'amplitude z_m des oscillations. Traduire mathématiquement les conditions initiales. Donner l'expression de z_m en fonction des données.
- Q25 (c) En déduire la longueur du ressort au point le plus haut et au point le plus bas des oscillations. Faire l'application numérique.
4. Étude énergétique du système :
- Q26 (a) Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique en fonction de z et des données du problème.
- Q27 (b) Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du ressort en fonction de z et des données du problème (on pourra prendre une référence nulle en $z = 0$).
- Q28 (c) En utilisant la conservation de l'énergie, établir une équation du second degré en fonction de la longueur du ressort z_{haut} au point le plus haut. La résoudre de façon numérique et faire de même avec le point le plus bas des oscillations.

Données numériques : $m = 0,25 \text{ kg}$; $v_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$; $l_0 = 40 \text{ cm}$, $k = 25 \text{ N.m}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

B. Mesures en apesanteur

Lors d'un séjour dans une station spatiale, il est important pour les astronautes de suivre leur masse corporelle. Sur seulement quelques semaines, ils peuvent perdre près de 15% de leurs poids à cause de l'atrophie musculaire provoquée par leurs sous-utilisations.

Pour mesurer une masse dans la station spatiale en l'absence de gravité, il est possible d'utiliser un système original constitué d'une chaise attachée à l'extrémité d'un ressort. L'autre extrémité du ressort est liée à un point fixe de la station spatiale.

On se placera dans le référentiel de la station spatiale, que l'on supposera galiléen et avec une gravité nulle (*hypothèses simplificatrices*).

La constante de raideur du ressort est $k = 606 \text{ N.m}^{-1}$.

- Q29 1. En l'absence d'astronaute, la chaise vide oscille avec une période $T_0 = 1,28 \text{ s}$. Calculer la masse m_0 de la chaise. On pourra utiliser des réponses de la partie précédente.
- Q30 2. Quand l'astronaute s'assoie sur la chaise et mesure une période $T = 2,33 \text{ s}$. En déduire la masse m de l'astronaute, en détaillant votre raisonnement.

III. LUNETTE ET VISEUR DIOPTRIQUE

Un système optique est constitué d'un objectif (L_1) (assimilé à une lentille mince convergente de centre O_1 et de distance focale $\overline{O_1F'_1} = f'_1 = 10$ cm) et d'un oculaire (L_2) (assimilé à une lentille mince convergente de centre O_2 et de distance focale $\overline{O_2F'_2} = f'_2 = 2,0$ cm).

La distance $D = \overline{O_1O_2}$ entre L_1 et L_2 est réglable.

- Q31 1. (a) Rappeler comment mesurer la distance focale d'une lentille par autocollimation.
- Q32 (b) Déterminer D pour que le système soit afocal. Justifiez soigneusement.
- Q33 (c) Quel système optique vient-on de construire?
- (d) On considère le viseur utilisé en travaux pratiques, constitué d'un oculaire, d'un objectif et d'un réticule. Expliquer en quelques lignes comment effectuer le réglage pour obtenir un système afocal.
- Q34 (e) Sur l'annexe, représenter (à l'échelle) le système réglé et la marche d'un faisceau de rayons parallèles venant d'un point à l'infini dans une direction faisant un angle α orienté de l'axe optique Δ vers un des rayons incidents.
- Q35 (f) Calculer le grandissement angulaire (ou grossissement) $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de l'appareil (α' est l'angle orienté de l'axe du viseur vers un des rayons émergents).
- Q36 2. On règle maintenant le viseur pour que l'œil d'un observateur emmétrype, regardant à travers l'oculaire, voit nettement, sans accommoder, un objet AB situé à 20 cm en avant de la face d'entrée de l'objectif.
- Q37 (a) Déterminer la nouvelle valeur de D . Faire l'application numérique.
- (b) Sur l'annexe, représenter le système optique (à l'échelle) et la marche d'un faisceau lumineux issu de B à travers le système optique.
- Q38 (c) Citer une application de ce type d'appareil. Avec le viseur de travaux pratiques, on ne pouvait pas augmenter suffisamment D . Comment a-t-on tout de même pu obtenir un système similaire?
- Q39 3. On garde le même réglage qu'à la question 2. En accommodant, l'œil peut voir des objets situés au-delà d'une distance minimale $d_m = 25$ cm. L'observateur place la pupille de son œil au centre O' du cercle oculaire de l'appareil. On rappelle que le cercle oculaire est l'image de L_1 par L_2 .
- Q40 (a) Calculer la position $p' = \overline{O_2O'}$ de la pupille. Faire l'application numérique.
- (b) Montrer que pour être vue nettement par l'observateur, la position de l'image $A'B'$ de AB à travers le système optique doit vérifier :
- Q41

$$d_m + f'_2 - p' \leq \overline{A'F'_2} < +\infty$$

On posera par la suite $l = d_m + f'_2 - p'$.

- (c) En utilisant les formules de Newton, montrer alors que pour être vu nettement par l'observateur, la position de l'objet AB doit vérifier la double condition :

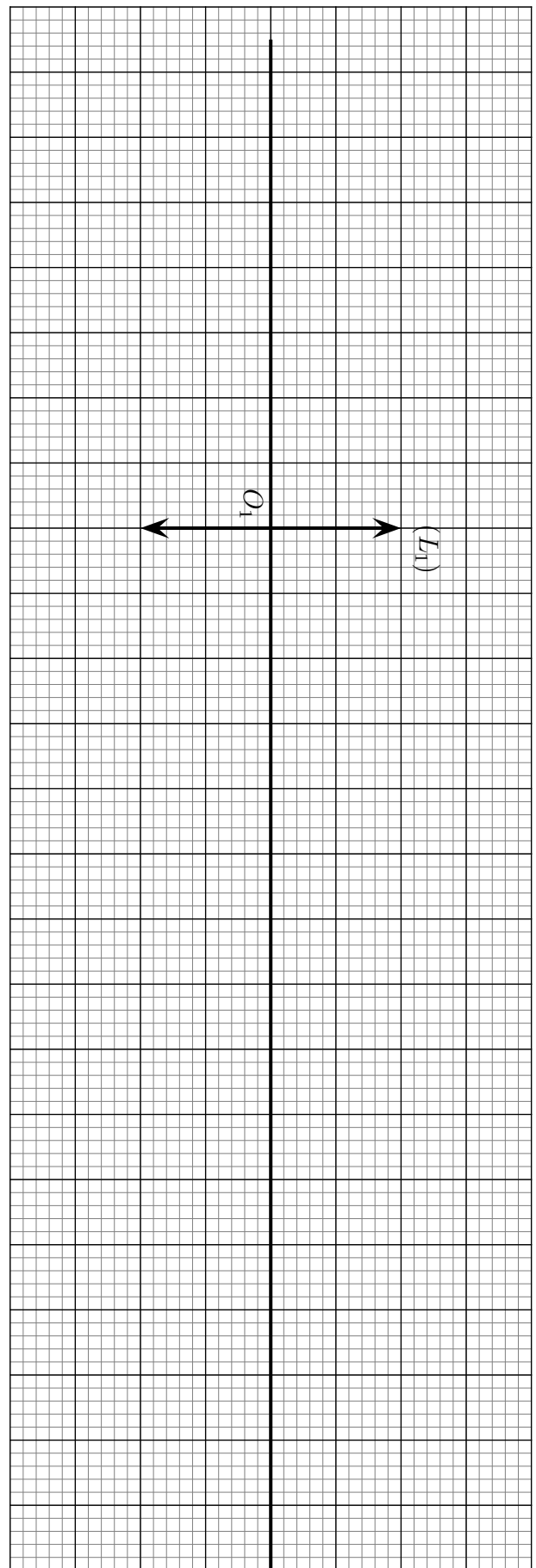
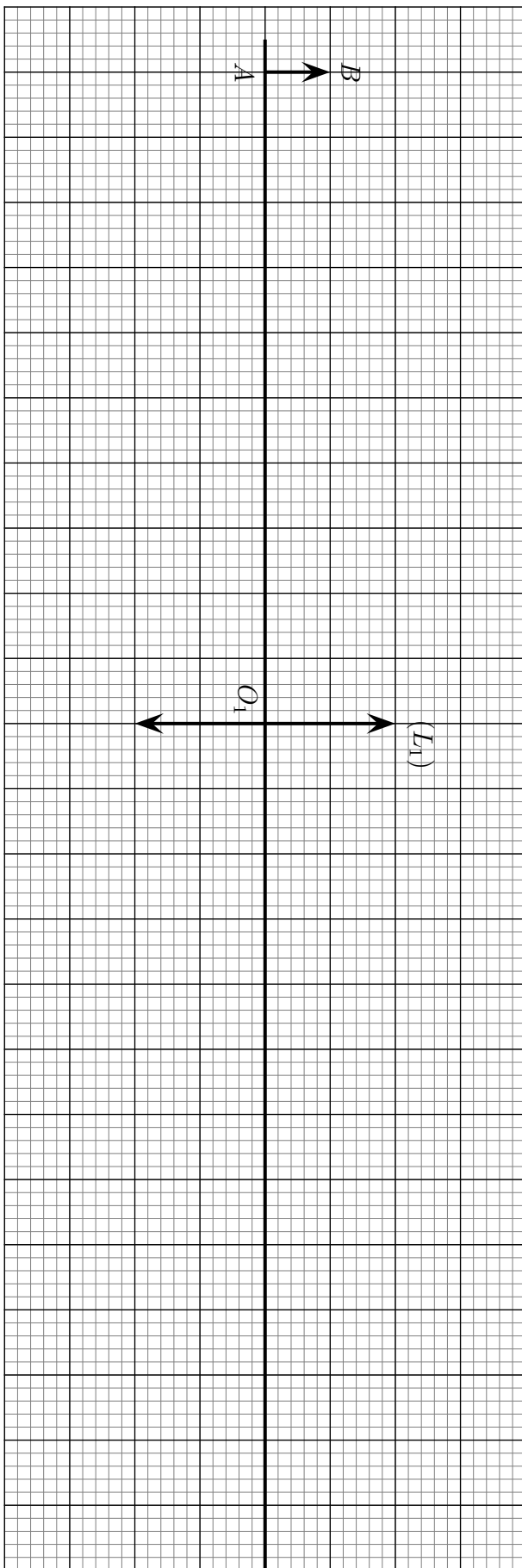
Q42

$$-\frac{f_1'^2}{D - f_1' - f_2'} \leq \overline{F_1A} \leq -\frac{f_1'^2}{D - f_1' - f_2' + \frac{f_2'^2}{l}}$$

- Q43 (d) Faire l'application numérique.
4. Calculer D , p' , l et la profondeur de champ pour un viseur réglé pour voir nettement et sans accommoder un objet situé à 60 cm de sa face d'entrée. Quel réglage du viseur doit-on utiliser pour faire un pointé avec le maximum de précision?
- Q44

Nom :

À RENDRE AVEC VOTRE COPIE

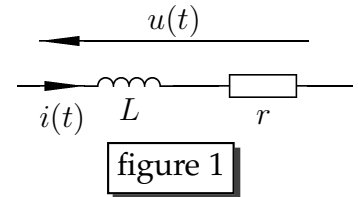


I. CIRCUITS INDUCTIFS

Ne parlez pas de u_R ou n'importe quelle autre tension ou courant sans l'avoir définie sur un schéma! En effet, même si vous dites que u_R est la tension aux bornes de R il reste 2 choix possibles pour la tension et le correcteur ne peut pas savoir lequel vous avez considéré.

A. Bobine réelle

1. En convention récepteur, la tension aux bornes de l'inductance pure est $L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ et celle aux bornes du résistor est $r \cdot i(t)$.



Ainsi, aux bornes de l'association série, on a
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

Q1

Remarque : Il est rigoureusement interdit de faire la moindre erreur à cette question qui ressort dans l'ensemble du problème. Il faut être très prudent et bien adapter la relation constitutive au schéma qui vous est donné et ce sans faute de signe.

Q2. Toujours en convention récepteur, la puissance reçue est
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = L \cdot i(t) \frac{di(t)}{dt} + ri^2(t)$$

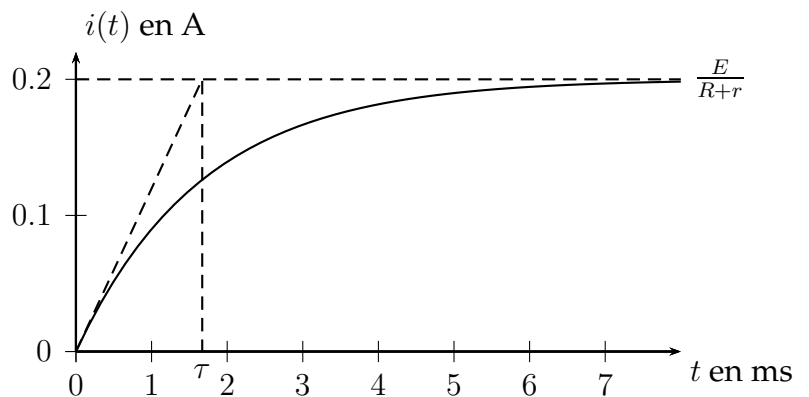
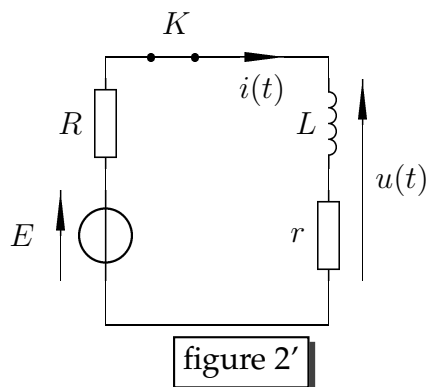
3. Physiquement, la puissance reçue par un composant ne peut pas être infinie. Or si $i(t)$ était une fonction discontinue au sens mathématique de terme, c'est-à-dire $\frac{di}{dt} \rightarrow \pm\infty$, on aurait $p \rightarrow \infty$ (et $u \rightarrow \pm\infty$). On en déduit que la fonction $i(t)$ ne peut pas subir de discontinuité : $\forall t \quad i(t^-) = i(t^+)$.

Q3

remarque : L'argument mathématique "la fonction est dérivable d'après la relation constitutive, donc continue" n'est ici pas recevable. En effet, à strictement parler la fonction n'est pas dérivable à $t = 0$: il y a une rupture de pente (du même style que $x \mapsto |x|$). On parle d'ailleurs de $\frac{di}{dt}$ en $t = 0^+$ ou en $t = 0^-$, mais pas en $t = 0$.

B. Application d'un échelon de tension

1. Pour $t \geq 0$, K est fermé (Cf figure 2' ci-dessous).



Q4

Par application d'une loi des mailles et des relations constitutives, on obtient : $E - Ri(t) - L \cdot \frac{di(t)}{dt} - ri(t) = 0 \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L}i(t) = \frac{E}{L}$. (Faire un schéma avec K fermé, définissez les notations que vous introduisez).

Q5 2. Et sous la forme canonique, $\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R+r} \simeq 1,67 \text{ ms}$ (1 chiffre significatif à mettre en théorie vu l'énoncé : 2 ms)

3. La solution de cette équation est la somme de la solution de l'équation homogène $A \cdot \exp(-\frac{t}{\tau})$ où A est une constante d'intégration et d'une solution particulière $\frac{E\tau}{L} = \frac{E}{R+r}$.

On détermine A par application de la continuité de $i(t)$ à $t = 0$: à $t = 0^-$ l'interrupteur est ouvert, d'où $i(0^-) = 0$. Par continuité de i à travers une bobine, $i(0^-) = i(0^+) \Rightarrow 0 =$

Q6 $A + \frac{E}{R+r} \Rightarrow A = -\frac{E}{R+r}$. On en déduit ensuite $i(t) = \frac{E}{R+r} [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$

Q7 4. On trace $i(t)$ sur le graphe ci-dessus.

Pour cela, on utilise $i(0) = 0$, $i(\infty) = \frac{E}{R+r} = 0,20 \text{ A}$ et $\left. \frac{di}{dt} \right|_{0^+} = \frac{E}{L} = 120 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$: la tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau = \frac{L}{R+r} \simeq 1,67 \text{ ms}$.

Attention à ne pas oublier l'unité pour $\frac{di}{dt}$, c'est une intensité sur un temps d'où A/s (ou mA/ms pour mieux coller aux unités pertinente ici).

5. On détermine $u(t)$ par application de la relation constitutive :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

Q8 $\Rightarrow u(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit après simplification : $u(t) = \frac{E}{R+r} (r + Re^{-\frac{t}{\tau}})$.

6. En convention récepteur, la bobine reçoit la puissance

Q9 $p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{E^2}{(R+r)^2} (r + Re^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

7. En régime permanent, i.e pour $t \gg \tau$, on a $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ et $p(t) \rightarrow p(\infty) = \frac{rE^2}{(R+r)^2} = r \cdot i^2(\infty) = 0,4 \text{ W}$.

Q10 On peut interpréter le résultat précédent en remarquant qu'en régime permanent, la bobine réelle est équivalente à un résistor de résistance r , la puissance reçue correspond donc à celle que va dissiper ce résistor r par effet Joule.

8. L'énergie reçue par la bobine réelle est $E_L(t)$ telle que $p(t) = \frac{dE_L(t)}{dt}$. Or, même en régime permanent, la puissance tend vers une constante strictement positive, $E_L(t)$ reste donc une

Q11 fonction croissante du temps et va tendre vers l'infini : $\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = +\infty$.

En effet, l'énergie que l'on continue à fournir à la bobine réelle est dissipée au fur et à mesure dans r par effet Joule.

Q12 9. Schéma des branchements : il faut bien superposer la masse de l'oscilloscope et celle du GBF en bas et mettre la voie de l'oscilloscope (flèche) en haut à droite. Cf TP.

C. Réponse du circuit au branchement d'un résistor

Q13 1. Cf TP : on mesure la tension aux bornes du générateur en circuit ouvert c'est $U_0 = E - ri = E$ car $i = 0$. Puis on met en série une résistance variable aux bornes de laquelle on mesure la tension. On fait varier la valeur de la résistance jusqu'à obtenir $U = E/2$, la résistance variable est alors de même valeur que la résistance interne. En TP les générateurs que nous utilisons ont une résistance interne de 50Ω .

2. On cherche à établir l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $i_L(t)$.
- (a) Cf cours pour les schémas. Pour le modèle de Thévenin, la relation constitutive en conv. générateur est $u = E_{th} - R_{th}i$, pour celui de Norton c'est $i = \eta - u/R_n$. Pour que les deux dipôles soient équivalents, il faut que leurs relations constitutives soient les mêmes quelques soient u et i . On les met sous la même forme : $u = R_n \times \eta - R_n i$. On en déduit qu'il faut prendre $E_{th} = R_n \eta$ et $R_n = R_{th}$.
- Q14
- (b) On passe le générateur de Thévenin en Norton, le c.e.m est alors $\eta = E/R$. On a alors deux résistors R en parallèle. On fait un résistor équivalent $R/2$. On repasse ensuite le générateur de Norton formé de η et $R/2$ en Thévenin en utilisant les équivalences ci-dessus mais « dans l'autre sens ». On a alors une force électromotrice $E' = \eta \times R/2 = E/2$ et une résistance $R/2$. Cela donne exactement le circuit de départ avec simplement les changements $E \rightarrow E/2$ et $R \rightarrow R/2$.
- Q15
- (c) Pour en déduire l'équation vérifiée par $i_L(t)$, il suffit de reprendre celle de la partie précédente en changeant E et R puisque le circuit est le même. On en déduit $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R/2+r}{L}i(t) = \frac{E/2}{L}$.
- Q16

II. MESURE DE MASSE EN APESANTEUR

A. Étude préliminaire : le ressort vertical sur Terre

- Q17 1. (a) Force de rappel du ressort $\vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e}_z$ soit $\vec{F} = -k(z - l_0)\vec{e}_z$
- Q18 (b) Système : masse m .
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Bilan des forces : le poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$ et la force de rappel du ressort.
On applique le principe fondamental de la dynamique au système dans le référentiel galiléen. À l'équilibre, l'accélération est nulle, soit en projection selon \vec{e}_z :
- $$0 = -mg - k(z_{eq} - l_0) \quad (\text{Eq.1}) \quad \Rightarrow \quad z_{eq} = l_0 - \frac{mg}{k}$$
- Q19 (c) l_0 est bien une longueur. $[F] = [kx]$ et $[F] = [mg]$ donc on a $[mg] = [kx] \Rightarrow [mg/k] = [x] = L$, le rapport mg/k est bien homogène à une longueur.

Attention à justifier la dimension de k , sinon on vous soupçonnera d'avoir mis ce qui vous arrange pour trouver le bon résultat.

- Q20 2. (a) On applique à nouveau le principe fondamental de la dynamique, à un instant t , en projection selon \vec{e}_z : $m\ddot{z} = -mg - k(l - l_0)$ soit en soustrayant l'équation 1 membre à membre, on obtient :

$$m\ddot{z} = -k(z - z_{eq}) \quad \Rightarrow \quad \ddot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_{eq} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Q21

(b) $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

- Q22 (c) Les solutions de l'équation différentielle s'écrivent comme la somme de la solution générale de l'équation homogène associée et d'une solution particulière, par exemple ici $z : t \mapsto z_{eq}$. D'où les trois formes suivantes :

$$z(t) = z_{eq} + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad \text{ou} \quad z(t) = z_{eq} + C \cos(\omega_0 t + \phi) \quad \text{ou} \quad z(t) = z_{eq} + D \sin(\omega_0 t + \theta)$$

- Q23 3. (a) On écrit l'équation du mouvement sous la forme : $z(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + z_{part}$.
Les conditions initiales sont :

$$\boxed{z(t=0) = l_0} \quad \text{car il n'y a initialement aucune masse sur le ressort avant la collision et}$$

$$\boxed{\dot{z}(t) = -v_0}.$$

On en déduit le système d'équation $\begin{cases} z_{eq} + A = l_0 \\ B\omega_0 = -v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = l_0 - z_{eq} = \frac{mg}{k} \\ B = \frac{-v_0}{\omega_0} \end{cases}$

La solution s'écrit donc $\boxed{z(t) = \frac{mg}{k} \cos(\omega_0 t) - \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + l_0 - \frac{mg}{k}}$.

- Q24 (b) On écrit la solution sous la forme $z(t) = z_m \cos(\omega t + \varphi) + z_{eq}$.

$$\dot{z} = -z_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

Soit en utilisant les conditions initiales à $t = 0$: $l_0 = z_m \cos(\varphi) + z_{eq}$ et $-v_0 = -z_m \omega \sin(\varphi)$

En utilisant $\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi) = 1$, on obtient : $\boxed{z_m = \sqrt{(l_0 - z_{eq})^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}$

A.N. : $z_{eq} = 30,2 \text{ cm}$ $z_m = \sqrt{(0,040 - 0,0302)^2 + 1,0^2 \times 0,25/25}$

$$\boxed{z_m = 14,0 \text{ cm}}$$

- Q25 (c) $\boxed{z_{max} = z_{eq} + z_m = 44,2 \text{ cm}}$ et $\boxed{z_{min} = z_{eq} - z_m = 16,2 \text{ cm}}$

4. Étude énergétique du système :

Q26 (a) $E_{P,el} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$ $\boxed{E_{P,el} = \frac{1}{2}k(z - l_0)^2}$

Q27 (b) $\boxed{E_{P,pes} = mgz}$

(c) L'expression générale de l'énergie mécanique est : $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}k(z - l_0)^2 + mgz$

Attention à ne pas oublier l' E_c !

Au moment du contact, la norme de la vitesse vaut v_0 et $z = l_0$ d'où

$$E_{contact} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgl_0.$$

Aux points extrêmes, la vitesse s'annule et donc l'énergie cinétique est nulle.

$$E_{ext} = \frac{1}{2}k(z_{ext} - l_0)^2 + mgz_{ext}.$$

Ce qui nous donne une équation du second degré à résoudre pour trouver z_{ext} .

A.N. $E_{contact} = 0,5 \times 0,25 \times 1^2 + 0,25 \times 9,8 \times 0,4 = 1,1 \text{ J}$.

$1,1 = 0,5 \times 25(z_{ext} - 0,4)^2 + 0,25 \times 9,8 \times z_{ext}$. Numériquement, on trouve deux solutions :

$$\boxed{z_{haut} = 44 \text{ cm}}$$

La valeur minimale est la deuxième solution : $\boxed{z_{bas} = 16 \text{ cm}}$. Ces résultats sont bien compatibles avec la valeur de z_m trouvée précédemment.

- Q28 Vu qu'il y a un chiffre significatif sur v_0 , le résultat devrait être donné avec un chiffre significatif.

C'est fréquemment ainsi que l'on utilise la conservation d'une grandeur (E_m ou autre) : on utilise l'égalité entre 2 instants particuliers, un où l'on connaît les choses et un où l'on cherche les choses. Souvent l' E_c est nulle à l'un de ces deux instants, et/ou l' E_p maximum. On peut aussi utiliser le fait que la dérivée est nulle.

B. Mesures en apesanteur

- Q29 1. On modélise le système chaise comme une masse attachée à un ressort. On étudie le système dans le référentiel terrestre galiléen. En l'absence de pesanteur, la seule force est la force de rappel du ressort. Mais on avait vu que la pulsation était indépendante de g , son expression reste la même (et sinon, on reprend les formules avec $g = 0$).

Sans refaire de mise en équation, on reprend l'expression de T obtenue dans la partie précédente : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ d'où $m = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$.

A.N. $m_0 = \frac{1,28^2 \times 606}{4\pi^2}$ $m_0 = 25,1 \text{ kg}$

Attention, il faut expliquer un peu, définir le système, montrer en quoi les relations d'avant s'appliquent ou non.

2. Le système est désormais composé de la chaise et de l'astronaute. On suppose toujours l'étude dans un référentiel galiléen. De même : d'où $m_T = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$.

Q30 A.N. $m_T = \frac{2,33^2 \times 606}{4\pi^2} = 83 \text{ kg}$ d'où en soustrayant m_0 , on obtient : $m = 58,2 \text{ kg}$

III. LUNETTE ET VISEUR DIOPTRIQUE

Partie 1 : questions de cours

- Q31 1. (a) La méthode d'autocollimation consiste à utiliser un objet, une lentille convergente à laquelle on accole un miroir. On déplace ensemble (par commodité) la lentille et le miroir (auquel on peut donner un léger angle) jusqu'à obtenir une image de l'objet nette (renversée et de même taille) dans le plan de l'objet. La distance objet lentille est alors égale à la distance focale de la lentille.
- (b) Le système est afocal si l'image par le système d'un point situé à l'infini A_∞ est elle-même à l'infini A'_∞ . Or, l'image A_1 de A_∞ est dans le plan focal image de (L_1) et pour que A_1 forme par (L_2) une image à A'_∞ à l'infini, il faut que A_1 soit dans le plan focal objet de (L_2) . En prenant A_∞ sur Δ , on a $A_1 = F'_1 = F_2$. On peut résumer par le tableau suivant :

$$\begin{array}{ccc} (L_1) & & (L_2) \\ A_\infty & \longrightarrow & A_1 = F'_1 = F_2 \longrightarrow A'_\infty \end{array}$$

Par décomposition, $D = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F_2 O_2} = f'_1 - f_2$ avec $f_2 = -f'_2$ la distance focale objet de (L_2) . On a donc $D = f'_1 + f'_2 = 12 \text{ cm}$

Q32

Valeur dont on vérifiera évidemment la cohérence sur la figure en annexe

- Q33 (c) Ce système afocal qui permet de voir sans accommoder et sous un diamètre apparent plus grand (voir suite) un objet situé à l'infini est une lunette.
- (d) En TP, on dispose d'une lunette à réticule R . On cherche à obtenir $R = F'_1 = F_2$.

Ne négligez pas les TP-Cours

Q34

- On commence par régler l’oculaire en réduisant au maximum la distance RO_2 . On augmente ensuite RO_2 jusqu’à ce que R ne soit plus visible puis on le repousse légèrement : R est alors dans le plan focal objet de (L_2) (ou en tout cas son image est au PR même si l’œil n’est pas emmétrope).
- On règle ensuite l’objectif en visant un objet situé à plusieurs centaines de mètres et en ajustant $D = O_1O_2$ jusqu’à voir l’objet et R nets en même temps.

Q35

- (e) Marche d’un faisceau de rayons parallèles (angle α orienté) : Cf. annexe.

Faites bien un faisceau (plusieurs rayons) et choisissez α faible pour le schéma puisque la lunette grossit.

Q36

- (f) Convention d’orientation positive pour les distance : vers la droite et vers le haut. Dans les triangles $O_1A_1B_1$ et $A_1B_1O_2$, on lit successivement $\tan \alpha \simeq \alpha = \frac{\overline{F_1B_1}}{O_1F_1} < 0$ et $\tan \alpha' \simeq$

$$\alpha' = \frac{\overline{F_2B_1}}{O_2F_2} > 0 \text{ d'où } \boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq -\frac{f_1'}{f_2'} = -5,0}.$$

Valeur dont on vérifie évidemment la cohérence sur la figure en annexe

Si on ne définit pas les conventions de signe, alors le signe obtenu à la fin est « aléatoire » (et donc faux).

2. Vision sans accommoder d’un objet AB situé à distance finie : viseur.

- (a) On reprend le même raisonnement que dans la question 1.(a) mais cette fois, A est à distance finie : $\overline{O_1A} = -20$ cm.

Attention au signe des distances algébriques

On doit donc avoir : $A \xrightarrow{(L_1)} A_1 = F_2 \neq F_1' \xrightarrow{(L_2)} A'_\infty$

Dressez un tableau de synthèse pour faciliter la mise en équation

L’image de A par (L_1) doit être F_2 et en appliquant la relation de conjugaison de Descartes à (L_1) , on obtient

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \overline{O_1F_2} = \frac{f_1' \cdot \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = D - f_2'$$

Q37

D’où $\boxed{D = f_2' + \frac{f_1' \cdot \overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}}}$ et avec $\overline{O_1A} = -20$ cm, on obtient $\boxed{D = 22 \text{ cm}}$.

Valeur dont on vérifiera évidemment la cohérence sur la figure en annexe

- Q38 (b) Le système optique est donc le suivant : Cf. annexe.
 (c) Quand on a fixé d on a fabriqué un viseur à frontale fixe (VFF) qui peut servir, par exemple, à déterminer la distance focale d'une lentille divergente en focométrie.
- Q39 En TP, on a ajouté devant l'objectif une lentille appelée "bonnette" pour transformer notre viseur en viseur à frontale fixe.

Cf TP-Cours

3. Toujours pour $D = \overline{O_1O_2} = 22$ cm.

- (a) O' , le centre du cercle oculaire est l'image de O_1 par $L_2 : O_1 - (L_2) \rightarrow O'$
 On applique donc la relation de conjugaison de Descartes :

Q40
$$\frac{1}{\overline{O_2O'}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \boxed{p' = \overline{O_2O'} = \frac{f'_2 \cdot \overline{O_2O_1}}{f'_2 + \overline{O_2O_1}} = \frac{f'_2 D}{D - f'_2}}$$

L'application numérique donne $\boxed{p' \simeq 2,2 \text{ cm}}$ c'est à dire juste derrière F'_2 .

Attention aux distances algébriques, encore et toujours en optique!

- (b) Pour que $A'B'$ soit vu à travers l'oculaire par l'observateur placé en O' , il faut que la distance qui les sépare soit supérieure ou égale à d_m .

Partie plus calculatoire mais assez guidée (pas dans le sujet initial)

Or ici, $\overline{O'A'} < 0$ d'où $-\infty < \overline{O'A'} \leq -d_m$.

On décompose ensuite $\overline{O'A'} = \overline{O'O_2} + \overline{O_2F'_2} + \overline{F'_2A'} = -p' + f'_2 + \overline{F'_2A'}$.

On a donc $-\infty < -p' + f'_2 + \overline{F'_2A'} \leq -d_m \Rightarrow -\infty < \overline{F'_2A'} \leq d_m + p' - f'_2$ soit $\boxed{l \leq \overline{A'F'_2} < +\infty}$
 en posant $l = d_m + f'_2 - p'$.

Q41

- (c) La relation de conjugaison de Newton appliquée à (L_2) donne $\overline{F_2A_1} \cdot \overline{F'_2A'} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F'_2}} = \overline{F_2F'_1} + \overline{F'_1A_1}$ d'où

$$\overline{F'_1A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F'_2}} - \overline{F_2F'_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F'_2}} - (\overline{F_2O_2} + \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1}) \Rightarrow \overline{F'_1A_1} = \frac{f_2'^2}{\overline{A'F'_2}} - f'_2 + D - f'_1$$

En reprenant l'inégalité obtenue dans la question précédente, $l \leq \overline{A'F'_2} < +\infty$, on a donc $-f'_2 + D - f'_1 \leq \overline{F'_1A_1} \leq \frac{f_2'^2}{l} - f'_2 + D - f'_1$: relation (1).

De même, la relation de conjugaison de Newton appliquée à (L_1) donne $\overline{F_1A} \cdot \overline{F'_1A_1} = -f_1'^2 \Rightarrow \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F'_1A_1}}$ et comme (d'après la relation 1), $\frac{-1}{-f'_2 + D - f'_1} \leq \frac{-1}{\overline{F'_1A_1}} \leq \frac{-1}{\frac{f_2'^2}{l} - f'_2 + D - f'_1}$,

on a bien

Q42

$$\boxed{-\frac{f_1'^2}{D - f'_1 - f'_2} \leq \overline{F_1A} \leq -\frac{f_1'^2}{D - f'_1 - f'_2 + \frac{f_2'^2}{l}}}$$

- (d) AN : $\overline{F_1A}_{\min} = -10$ cm correspond à A_1 en F_2 , l'œil n'accomode pas et $\overline{F_1A}_{\max} = -9,8$ cm : $\boxed{-10 \leq \overline{F_1A} \leq -9,8 \text{ cm}}$ d'où une profondeur de champ de $\Delta \overline{F_1A} \simeq 2$ mm.

Q43

4. On prend maintenant $d = -60$ cm.

Les applications numériques donnent : $D = 14$ cm, $p' \simeq 2,3$ cm et $l \simeq 24,7$ cm.

Q44

Puis $-50 \leq \overline{F_1A} \leq -46,2$ cm $\Rightarrow \Delta \overline{F_1A} = \overline{F_1A}_{\max} - \overline{F_1A}_{\min} \simeq -46,2 - (-50) = \boxed{37 \text{ mm}}$.

On remarque que la profondeur de champ augmente avec la distance de visée.

Il vaut mieux travailler avec une $\boxed{\text{distance de visée plus faible}}$ d'où une latitude de mise au point plus faible, ce qui permet de déterminer la position d'un objet avec plus de précision.

