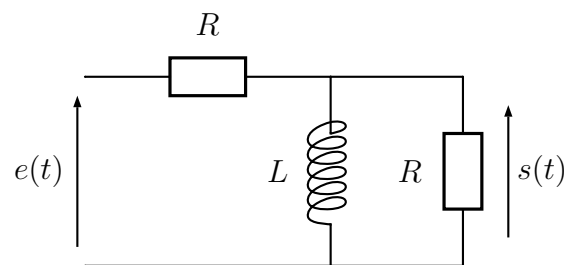


Conseils :

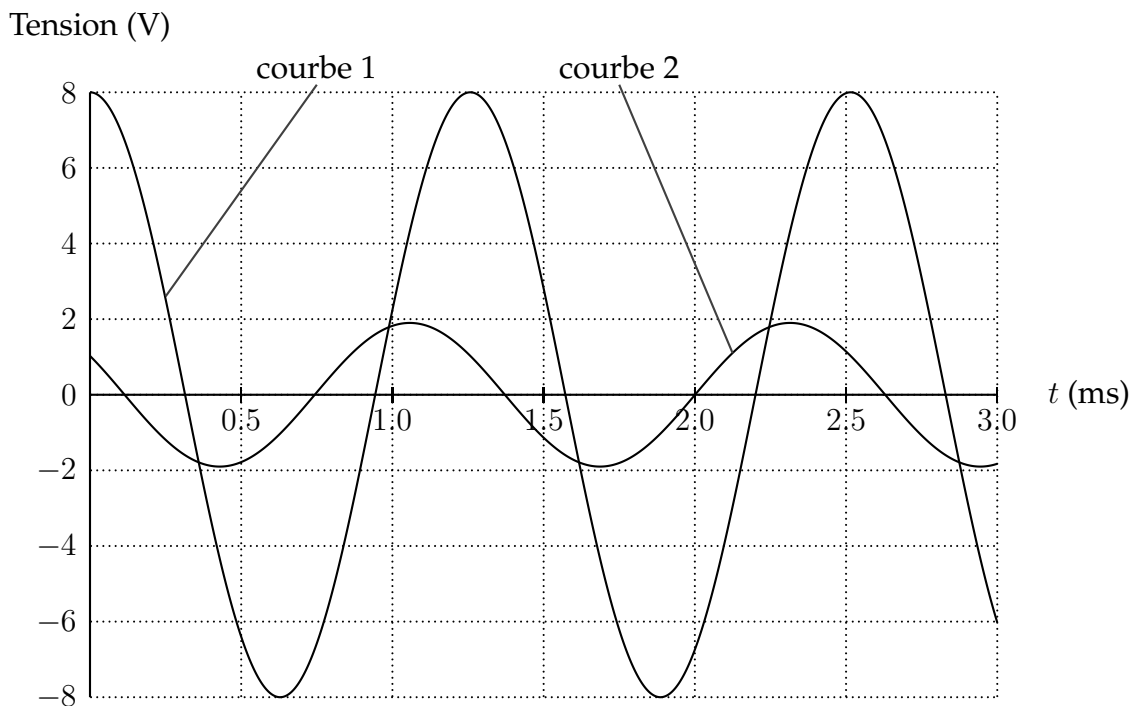
- Ce devoir comporte 4 problèmes indépendants. Lisez attentivement l'énoncé du début à la fin et choisissez **ensuite** par quel problème commencer (aucun ordre n'est imposé).
- Rédigez les problèmes sur **des copies** différentes.
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **réduction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).
Les résultats **NON ENCADRÉS ne seront pas notés**. Laissez une marge à gauche ou à droite pour le correcteur.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

I. DÉTERMINATION GRAPHIQUE D'UNE INDUCTANCE

On considère le circuit suivant alimenté par une entrée de pulsation ω (ou de fréquence f) telle que $e(t) = e_m \cos(\omega t + \varphi_0)$. La résistance R vaut $4,0 \text{ k}\Omega$.



- Q1 1. Représenter les branchements de l'oscilloscope permettant les mesures de $e(t)$ et de $s(t)$.
- Q2 2. En utilisant la notation complexe, exprimer \underline{s} en fonction de \underline{e} , R , L et ω .
- Q3 3. Montrer que l'on peut écrire $\underline{s} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j\frac{1}{x}} \underline{e}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$. Préciser les expressions de ω_0 et f_0 en fonction de R et L .
4. Le graphe des tensions $e(t)$ et $s(t) = s_m \cos(\omega t + \varphi_0 + \varphi)$ est le suivant :

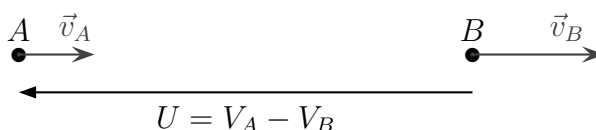


- Q4 (a) Affecter les courbes à leur tension correspondante. Justifier.
- Q5 (b) Déterminer graphiquement f , e_m , s_m en expliquant votre démarche.
- Q6 (c) D'après le graphique, la courbe 2 est-elle en retard ou en avance sur la 1? Justifier. Déterminer graphiquement φ , le déphasage de $s(t)$ par rapport à $e(t)$. Vous prendrez soin d'expliquer votre méthode, de préciser l'unité et de commenter le signe.
- Q7 5. Déduire des valeurs de e_m et de s_m la valeur de x pour la courbe ci-dessus. En déduire la valeur de L .
- Q8 6. À partir de l'expression de \underline{s} de la question 3 et de la valeur de x trouvée à la question précédente, calculer la valeur théorique φ_{th} du déphasage de s par rapport à e . Comparer avec la valeur mesurée sur le graphique. Est-ce cohérent?
- Q9 7. (a) Sans utiliser les notations du régime sinusoïdal forcé, établir l'équation différentielle reliant $s(t)$ et $e(t)$.
- Q10 (b) Montrer que l'équation différentielle ainsi obtenue est compatible avec le résultat de la question 3.

II. DÉVIATION PAR UN CHAMP MAGNÉTIQUE

A. Généralités sur le mouvement d'une particule chargée

1. On considère un champ magnétique uniforme de norme B_0 et dirigé selon le vecteur \vec{e}_z d'un système d'axes cartésiens. Une particule de masse m , de charge $q > 0$ est émise à l'origine du repère avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ suivant l'axe (Ox).
- Q11 (a) En négligeant toutes les forces autres que la force de Lorentz, écrire le système d'équations différentielles vérifiées par les composantes (v_x, v_y, v_z) du vecteur vitesse.
- Q12 (b) Montrer que le mouvement est plan.
- Q13 (c) À quoi est homogène la quantité $\frac{qB_0}{m}$? On justifiera à partir des équations déterminées au 1(a).
Pour la suite, on posera $\omega_c = \frac{qB_0}{m}$.
- Q14 2. Démontrer que la norme de la vitesse est constante. Elle sera notée v_0 par la suite.
- Q15 3. En utilisant les expressions de la vitesse et de l'accélération dans la base de Fresnet, montrer que la trajectoire est circulaire de rayon R , avec : $R = \frac{v_0}{\omega_c}$
- Q16 4. Pour communiquer une vitesse à une particule chargée, on l'accélère grâce à un champ électrique. Supposons qu'une particule de charge q positive soit accélérée entre le point A et le point B pour lesquels la différence de potentiel électrique vaut $U = V_A - V_B$.



- Q17 (a) Quel doit être le signe de U pour que la particule soit effectivement accélérée? Faites un schéma et justifier.
- Q18 (b) Exprimer en fonction de U le gain d'énergie cinétique $\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$ de la particule en négligeant toute interaction autre que la force électrique. Justifier.

B. Application : spectromètre de masse

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats établis dans la partie A.

Une source émet des ions de même charge $+q$ positive mais de masses m_1 et m_2 différentes. Ces ions pénètrent en O dans une zone où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme perpendiculaire au plan de la feuille.

Le champ magnétique dévie la trajectoire des ions et ces ions viennent percuter une plaque d'enregistrement (symbolisée par le trait épais) au point M situé à une distance d du point O .

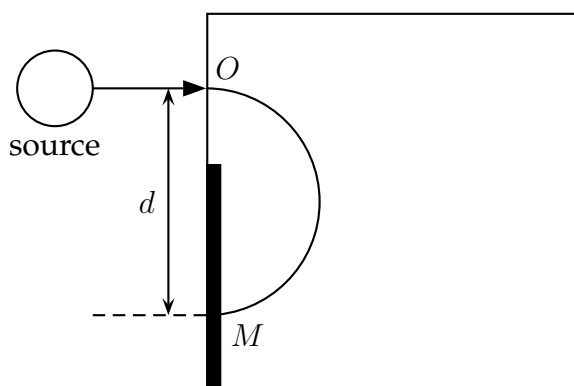


FIGURE 1 – Schéma de fonctionnement du spectromètre de masse.

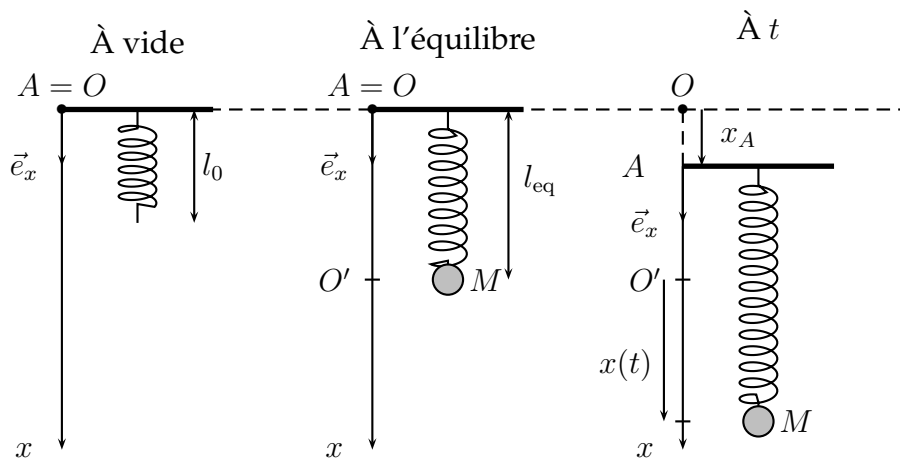
- Q19 5. Représenter la force au point O pour obtenir la trajectoire souhaitée (on prendra une norme arbitraire). En déduire le sens du champ magnétique \vec{B} et le dessiner sur votre schéma.
- Q20 6. Exprimer la distance d en fonction de la masse m de l'ion, de la charge q , de la norme du champ magnétique B et de la vitesse v de l'ion.
- Q21 7. En pratique, la source est constituée d'un four ionisant duquel sortent des ions de même charge $+q$ à des vitesses quasi nulles. Puis, on accélère les ions à l'aide d'un dispositif formé de deux grilles parallèles entre lesquelles on applique une tension $U_{acc} > 0$ placée dans le bon sens.
- Q22 (a) Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des ions en sortie de ce dispositif en fonction de leur masse, de q et de U_{acc} .
- Q23 (b) Calculer alors le rapport $\frac{d_1}{d_2}$ pour deux ions de masses respectives m_1 et m_2 et expliquer pourquoi on peut trier les particules selon leur masse.

III. ÉTUDE D'UN SISMOGRAPHE

Un sismographe est un appareil destiné à mesurer l'amplitude d'une secousse sismique, indépendamment de la pulsation. Un point matériel M de masse m est suspendu à l'extrémité d'un ressort sans masse, de raideur k et de longueur à vide l_0 . L'autre extrémité du ressort est fixée à un support A . Le mouvement de M est amorti par une force de frottement fluide dont l'expression est : $\vec{f} = -\lambda(\vec{v}(M) - \vec{v}(A))$.

Lorsque le sol vibre à cause d'une secousse, le point A se déplace par rapport au point O , qui lui est fixe dans le référentiel terrestre (et qui correspond à la position de A en l'absence de secousse). La position du point A est repérée par la coordonnée $x_A(t) = \overrightarrow{OA} \cdot \vec{e}_x$. La longueur à l'équilibre du ressort, c'est-à-dire en l'absence de secousse et de mouvement du point M , est notée $OO' = l_{eq}$. La position du point M est repérée par la distance à la position d'équilibre : $x(t) = \overrightarrow{O'M} \cdot \vec{e}_x$.

Un stylo est fixé au point M et permet de tracer sur une feuille le mouvement du point. Toutefois, la feuille se déplaçant en même temps que le sol, il faudra au final étudier le mouvement du point M par rapport au point A . On souhaite que le tracé obtenu reproduise le plus fidèlement possible celui du sol par rapport au référentiel terrestre.



On travaillera dans le référentiel terrestre galiléen \mathcal{R}_g dans lequel O et O' sont fixes.

- Q24 1. (a) Déterminer l_{eq} la longueur du ressort à l'équilibre en fonction de m , l_0 et g .
- Q25 (b) Exprimer, en justifiant votre réponse, la longueur du ressort $l(t)$ à un instant quelconque en fonction de $x(t)$, $x_A(t)$ et l_{eq} .
- Q26 (c) Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point M dans \mathcal{R}_g . Simplifier l'équation obtenue en utilisant la question Q?? et donner le résultat en fonction de x , x_A et leurs dérivées.
- (d) On pose $\delta = x(t) - x_A(t) = \overrightarrow{AM} \cdot \vec{e}_x$ qui représente le mouvement de M par rapport à A , c'est-à-dire par rapport au sol qui vibre.

Lorsqu'une secousse est produite, le support A vibre selon : $x_A = \overrightarrow{OA} \cdot \vec{e}_x = a_1 \cos \Omega t$.

- Q27 Montrer que l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme :

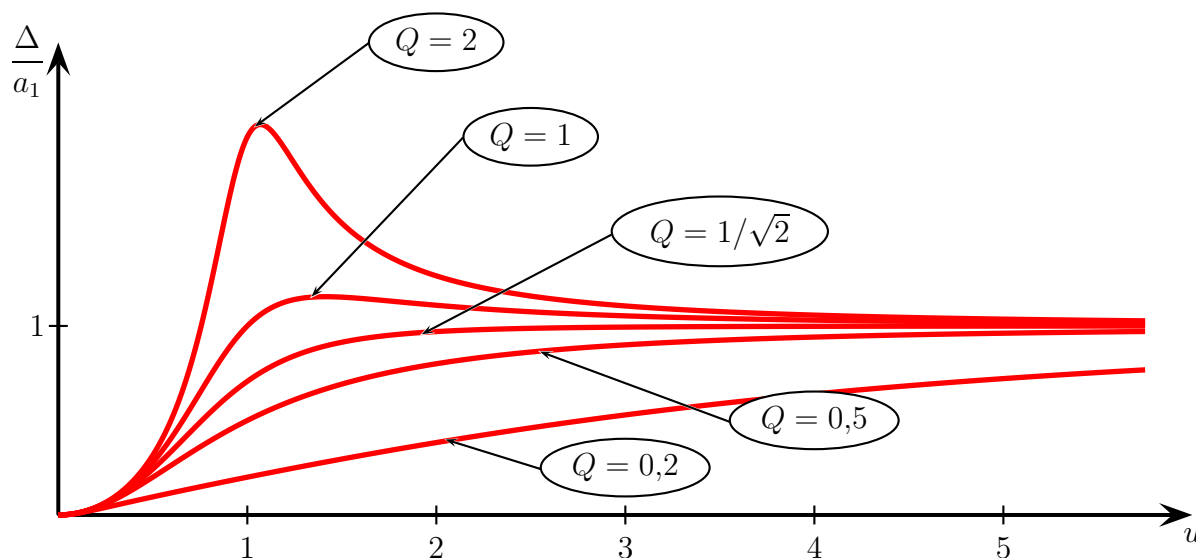
$$\ddot{\delta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\delta} + \omega_0^2 \delta = \Omega^2 a_1 \cos \Omega t$$

On explicitera les expressions de Q et de ω_0 .

- Q28 2. On pose $u = \frac{\Omega}{\omega_0}$. On est en régime sinusoïdal forcé et on note $\Delta(\Omega)$ l'amplitude de $\delta(t)$, montrer que :

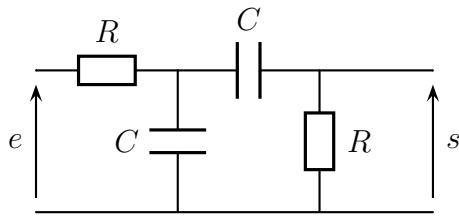
$$\frac{\Delta}{a_1} = \frac{u^2}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}}$$

Le graphe représentant les évolutions de $\frac{\Delta}{a_1}$ en fonction de u , pour différentes valeurs du paramètre Q , est donné ci-dessous :



- Q29 3. Vérifier que l'allure de ce graphe est compatible, à haute et basse fréquence, avec l'expression calculée. Comment peut-on qualifier ce filtre ?
- Q30 4. On pose $Y = \left(\frac{\Delta}{a_1}\right)^2$ et $\zeta = \frac{1}{u}$. En étudiant la fonction $Y(\zeta)$, montrer qu'il n'y a pas de résonance si Q est inférieur à une valeur limite Q_0 à déterminer.
- Q31 5. Comment faut-il choisir ω_0 par rapport à la pulsation Ω de la secousse sismique ? Justifier.
- Q32 6. Quel est le meilleur choix pour le paramètre Q , en termes de fidélité de la réponse et de bande-passante ?
- Q33 7. Quel est l'ordre de grandeur de l'allongement du ressort à l'équilibre d'un sismographe optimisé pour détecter des ondes sismiques dont la période est de l'ordre de un tiers de seconde ? Commenter.

IV. LECTURE D'UN DIAGRAMME DE BODE



On étudie le filtre représenté ci-contre utilisé en sortie ouverte avec deux condensateurs identiques de capacité C et deux résistors identiques de résistance R .

On appelle $\underline{H}(j\omega)$ sa fonction de transfert définie par :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e}$$

A. Etude théorique

- Q34 1. Prévoir à l'aide de schémas équivalents la nature probable du filtre. Justifier.
 2. On donne des fonctions de transfert sous forme canonique :

$$\underline{H}(jx) = H_0 \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \quad \underline{H}(jx) = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \quad \underline{H}(jx) = H_0 \frac{-x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

- Q35 en notant $x = \omega/\omega_0$ la pulsation réduite. Compte tenu de votre réponse à la première question, laquelle de ces fonctions peut correspondre au filtre ci-dessus ? Justifier.

- Q36 3. Montrer que la fonction de transfert du filtre s'écrit sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2}$$

Il est conseillé d'utiliser des ponts diviseurs de tension et des simplifications du circuits en introduisant une tension "intermédiaire" que l'on précisera.

- Q37 4. En utilisant la fonction de transfert choisie à la question 2, Exprimer la pulsation propre ω_0 , le facteur de qualité Q et le gain H_0 en fonction de R et C .

B. Etude expérimentale

Le diagramme de Bode en gain du filtre est donné figure ??.

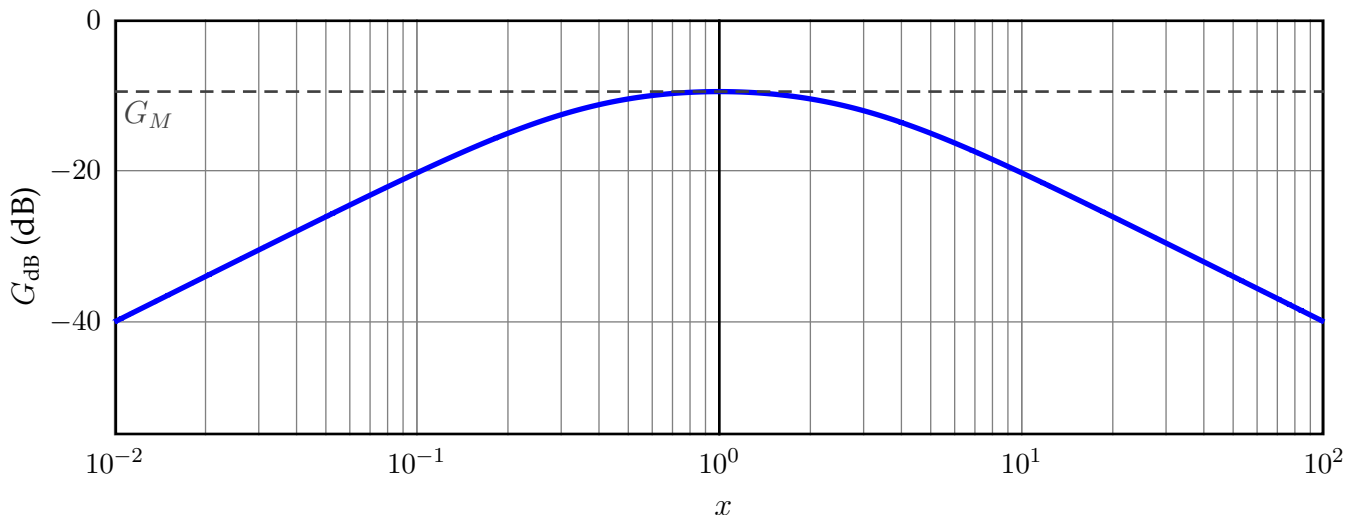


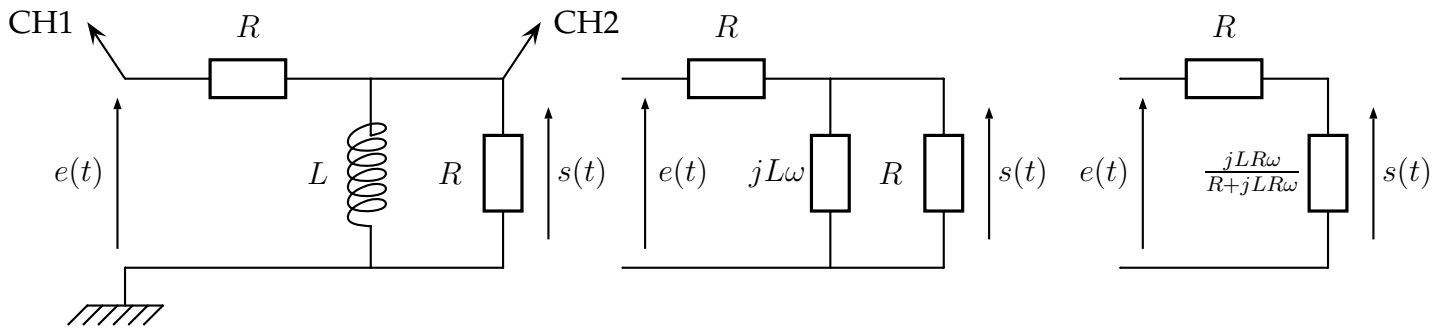
FIGURE 1 – Diagramme de Bode en gain.

- Q38 5. (a) Mesurer la pente des asymptotes sur le diagramme en expliquant votre mesure.
- Q39 (b) Déterminer l'équation de chacune des pentes à l'aide de la fonction de transfert. Est-ce cohérent avec la question précédente ?
- Q40 (c) Dédire la valeur du rapport $\frac{H_0}{Q}$ de l'intersection des asymptotes avec la verticale $x = 1$. Est-ce cohérent avec les valeurs trouvées au A. ?
6. (a) En utilisant la fonction de transfert, déterminer en quelle valeur de x la valeur maximale du gain en décibel G_M est atteinte. Déterminer l'expression de G_M en fonction de H_0, Q, ω_0 .
- Q41
- Q42 (b) Faire l'application numérique avec les valeurs trouvées au A. (avec un chiffre significatif) et vérifier explicitement la cohérence avec la valeur lue sur le diagramme. On donne $\log 3 \simeq 0,5$.
- Q43 7. (a) Rappeler la définition de la ou des fréquences de coupure.
- (b) On appelle $\Delta\omega$ la largeur de la bande passante, c'est-à-dire l'écart entre les deux pulsations de coupures. Montrer à l'aide de la forme canonique de la fonction de transfert que :
- Q44
- $$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$
- Q45 (c) À l'aide du diagramme de Bode, mesurer les valeurs de x_{c1} et x_{c2} les deux pulsations réduites de coupure, le plus précisément possible. Expliquer votre mesure.
- Q46 (d) En déduire une mesure de Q . Est-ce cohérent avec la valeur calculée précédemment ?
- Q47 8. Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase en déterminant sa valeur en $x = 1$ et dans les limites $x \ll 1$ et $x \gg 1$.

C. Effets sur quelques signaux

9. (a) Ce quadripôle peut-il servir d'intégrateur ? de dérivateur ? Si oui, pour quelle bande de fréquence ? Justifier. Quel inconvénient présente néanmoins ce montage pour réaliser ces fonctions ?
- Q48
- Q49 (b) En déduire qualitativement l'effet de ce filtre sur un signal créneau d'amplitude E et de pulsation $10\omega_0$.
- Q50 10. Quel est l'effet de ce filtre sur un signal continu $e(t) = E_0$ avec $E_0 = 5 \text{ V}$? Justifier.
11. On étudie l'effet de ce filtre sur un signal de la forme $e(t) = E_0 + E_{1m} \cos(\omega_1 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0$ et $E_{1m} = 6 \text{ V}$
- Q51 (a) Expliquer comment régler le générateur basses fréquences de TP pour obtenir ce signal.
- Q52 (b) Déterminer l'expression du signal de sortie $s_1(t)$.

I. DÉTERMINATION GRAPHIQUE D'UNE INDUCTANCE



Q1 1. Sur le schéma électrique ci-dessus à gauche, on a représenté les branchements de l'oscilloscope permettant les mesures de $e(t)$ (sur CH1) et de $s(t)$ (CH2). On utilise pour cela le symbole de la masse et la flèche.
La tension mesurée est la différence de potentiel entre la flèche et la masse.

Q2 2. En notation complexe, l'impédance de la bobine est $jL\omega$ (schéma ci-dessus au milieu). On peut alors faire un dipôle équivalent car la bobine est en parallèle avec le résistor de droite : $Z_{eq} = \frac{jLR\omega}{1+jLR\omega}$ ou $Y_{eq} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega}$. On peut alors faire un pont diviseur de tension (schéma de droite) car l'impédance équivalente est en série avec le résistor du haut.

$$\underline{s} = \frac{Z_{eq}}{R + Z_{eq}} \underline{e} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_{eq}}} \underline{e} = \frac{1}{1 + R Y_{eq}} \underline{e} = \frac{1}{1 + R \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} \right)} \underline{e} \quad \boxed{\underline{s} = \frac{1}{2 + \frac{R}{jL\omega}} \underline{e}}$$

3. Pour se mettre sous la forme souhaitée, il reste à factoriser le dénominateur par 2 :

$$\underline{s} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j \frac{R}{2L\omega}} \underline{e} \quad \boxed{\underline{s} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j \frac{1}{x}} \underline{e}}$$

Q3 On a donc par identification $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2L\omega}{R}$ d'où $\omega_0 = \frac{R}{2L}$ et $f_0 = \frac{1}{4\pi L} R$

4. (a) D'après la formule précédente, $|\underline{s}| = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} |\underline{e}| < \frac{|\underline{e}|}{2}$. On en déduit que la courbe de plus faible amplitude est $s(t)$ et que la plus grande amplitude est $e(t)$.

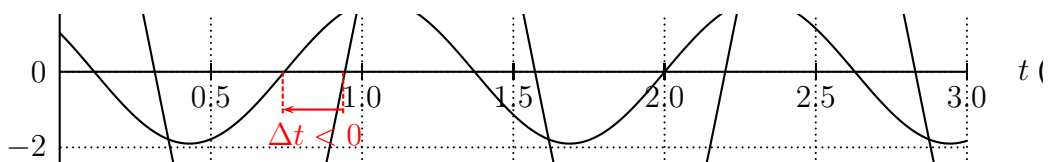
Q4 Ainsi courbe 1 = $e(t)$ et courbe 2 = $s(t)$.

(b) À la règle : $3,0 \text{ ms} \leftrightarrow 11,95 \text{ cm}$; 2 périodes = $2T \leftrightarrow 10 \text{ cm}$ (en considérant les annulations de la courbe 1 pour être le plus précis) d'où $T = \frac{1}{2} \frac{3,0 \times 10}{11,95} = 1,26 \text{ ms}$ et $f = 797 = 8,0 \times 10^2 \text{ Hz}$ (attention à bien reprendre tous les chiffres de la calculatrice pour faire $1/T$ et pas seulement ceux que l'on écrit sur sa copie).

Q5 $e_m = 8 \text{ V}$ car on atteint pile le bord du graphique.

$s_m = 1,9 \text{ V}$ ($2 \text{ V} \leftrightarrow 1 \text{ cm}$ et on lit $0,95 \text{ cm}$ graphiquement pour l'amplitude)

Q6 (c) D'après le graphique, la courbe $s(t)$ est légèrement en avance sur $e(t)$ (elle peut bien entendu être vue comme beaucoup en retard, mais c'est plus naturel de prendre le plus petit décalage en valeur absolue).
Le signe de φ sera donc +.



Graphiquement, on lit le décalage de 2 par rapport à 1 (au niveau des annulations) : -8 mm. Une période correspondant à 5 cm, on en déduit $\varphi = -2\pi \frac{\Delta t}{T} = -2\pi \frac{-0.8}{5}$ (inutile de faire une conversion en ms, les facteurs au numérateur et dénominateur se compensent).

$\varphi = 1,0 \text{ rad} = 58^\circ$ Le signe est donc bien cohérent avec le fait d'être en avance.

N'essayez pas forcément de donner vos résultats en "multiples de π ". On n'est pas en maths et les valeurs ne tombent pas forcément "rond".

5. On a établi précédemment que :

$$|\underline{s}| = s_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} e_m \Leftrightarrow \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{e_m}{2s_m} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \left(\frac{e_m}{2s_m}\right)^2 - 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{e_m}{2s_m}\right)^2 - 1}}$$

Q7 A.N. $x = 0,54$ Ainsi $\frac{f}{f_0} = x \Rightarrow f_0 = \frac{f}{x}$. Or $f_0 = \frac{1}{4\pi L} R$ d'où $\frac{1}{4\pi L} R = \frac{f}{x} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi} \frac{Rx}{f}$

A.N. $L = 0,22 \text{ H}$

6.

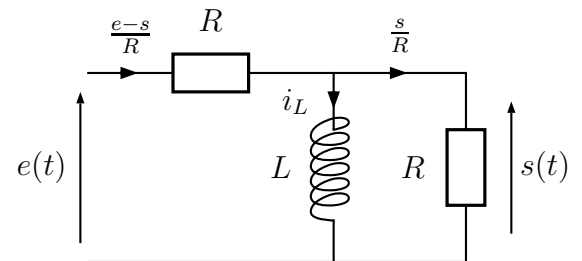
$$\underline{s} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j\frac{1}{x}} \underline{e} \Rightarrow \phi_{th} = -\arg(1 - j\frac{1}{x}) = -\arctan\left(\frac{-1}{x}\right) \quad \boxed{\phi_{th} = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)}$$

Q8 Numériquement, on trouve 1,1 rad = 62°. Ce n'est pas exactement la mesure graphique (différence d'environ 10%) mais ce n'est pas si loin compte tenu de la difficulté de mesurer précisément ϕ et x . Cela paraît donc cohérent.

7. (a) On représente le circuit pour pouvoir l'utiliser :

Avec les relations constitutives des résistors, on obtient les courants indiqués sur le schéma. Puis d'après la loi des nœuds, $i_L = \frac{e-2s}{R}$. Enfin avec la relation constitutive de la bobine $s = L \frac{di_L}{dt} = \frac{L}{R} \frac{de}{dt} - \frac{2L}{R} \frac{ds}{dt}$. Soit en présentant différemment :

$$\boxed{\frac{ds}{dt} + \frac{R}{2L} s = \frac{1}{2} \frac{de}{dt}}$$



Q9

(b) En complexe, une dérivée équivaut à une multiplication par $j\omega$ d'où

$$j\omega s + \frac{R}{2L} s = \frac{1}{2} j\omega e \Rightarrow s = \frac{1}{2} \frac{j\omega}{j\omega + \frac{R}{2L}} e = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - j\frac{R}{2L\omega}} e$$

Q10 On retrouve bien la même expression que précédemment.

II. DÉVIATION PAR UN CHAMP MAGNÉTIQUE

A. Généralités sur le mouvement d'une particule chargée

1. (a) Appliquons le principe fondamental de dynamique à la particule, dans le référentiel \mathcal{R} local galiléen. Elle est soumise à la seule force de Lorentz :

$$\begin{aligned}\vec{F} &= q.\vec{v} \wedge \vec{B} = q.(v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z) \wedge B_0\vec{e}_z = q.(v_yB_0\vec{e}_x - v_xB_0\vec{e}_y + 0.\vec{e}_z) \\ &= m \left(\frac{dv_x}{dt}\vec{e}_x + \frac{dv_y}{dt}\vec{e}_y + \frac{dv_z}{dt}\vec{e}_z \right)\end{aligned}$$

On obtient donc les trois équations en projetant sur les trois axes :

Q11
$$\begin{cases} m\frac{dv_x}{dt} = q.v_y.B_0 \\ m\frac{dv_y}{dt} = -q.v_x.B_0 \\ m\frac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases}$$

Il est extrêmement important de prendre $\vec{v}(t)$ quelconque pour le calcul de la force et non \vec{v}_0 . Sinon, on n'a la force que à $t = 0$ et on ne peut pas intégrer le système d'équation qui n'est valable qu'à un seul instant particulier.

- Q12 (b) De la troisième équation, on tire $v_z = cste$. Or à $t = 0$ $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_x$ donc $v_z = 0$. D'où $z = cste = 0$ car la particule est en O à $t = 0$. Le mouvement de la particule se fait donc dans le plan $z = 0$.

Dire « l'accélération selon z est nulle donc le mouvement est plan » ne suffit pas. Dans le cours, l'accélération selon z était nulle, mais le mouvement était hélicoïdal. Il faut aussi prendre en compte la vitesse.

- Q13 (c) En utilisant la première équation, on obtient : $\left[\frac{qB_0}{m}\right][v] = \left[\frac{dv_x}{dt}\right]$. Or $[v] = [dv]$, et $[dt] = T$
d'où $\left[\frac{qB_0}{m}\right] = T^{-1}$

- Q14 2. Appliquons le théorème de la puissance cinétique à la particule ponctuelle dans \mathcal{R} galiléen.

Pensez à citer explicitement les hypothèses au moment où vous utilisez les théorèmes.

$\frac{dE_c}{dt} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$ L'énergie cinétique est donc constante. Comme la masse est supposée constante, on peut en déduire que la vitesse est constante.

3. On a montré que le mouvement est plan, on peut donc travailler dans la base de Frenet : $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\vec{e}_t + \frac{v(t)^2}{\rho(t)}\vec{e}_n(t)$ où $\rho(t)$ est le rayon de courbure. On a vu à la question précédente que $v(t) = cte = v_0$, le terme selon e_t est donc nulle. Les notations « de t » étant lourdes, elles seront sous-entendues par la suite : $\vec{a} = \frac{v_0^2}{\rho}\vec{e}_n$.

On applique le principe fondamental comme à la question 1, mais dans la base de Frenet : $m \times \frac{v_0^2}{\rho}\vec{e}_n = qv_0\vec{e}_t \wedge B_0\vec{e}_z$. On peut ensuite prendre la norme ou projeter selon \vec{e}_n , le seul point un peu embêtant c'est que les vecteurs $\vec{e}_t, \vec{e}_n, \vec{e}_z$ ne sont pas forcément une base

directe, il est donc plus simple de prendre la norme pour ne pas se poser de question de signe pour le produit vectoriel. Cela donne

$$m \times \frac{v_0^2}{\rho} = qv_0B_0 \sin((\vec{e}_t, \vec{e}_z)) = qv_0B_0 \Rightarrow \rho(t) = \frac{mv_0}{qB_0} = \frac{v_0}{\omega_c}$$

Q15

On remarque que toutes les grandeurs intervenant dans l'expression de $\rho(t)$ sont des constantes du problèmes : le rayon de courbure est donc constant et donc la trajectoire est circulaire.

Q17

4. (a) 1^{ère} méthode : La particule est de charge positive. Pour être accélérée, elle est donc attirée par une électrode B chargée négativement $V_B \leq V_A$. On en déduit que $U = V_A - V_B \geq 0$.

2^{ème} méthode : Pour être accélérée, la particule de charge positive doit subir une force $\vec{F} = q\vec{E}$ dirigée de A vers B. Comme q est positive, \vec{E} est également de A vers B. Or d'après le cours, le champ électrostatique est dans le sens des potentiels décroissants. D'où $V_A - V_B \geq 0$.

Q18

(b) Puisque la force dérive d'une énergie potentielle connue, le plus efficace est d'utiliser le théorème de l'énergie mécanique. Comme plus haut pour le théorème de la puissance cinétique, les hypothèses sont vérifiées (ref. Galiléen, particule ponctuelle) : $E_m(B) - E_m(A) = W_{nc}$. D'après le bilan des efforts, il n'y a pas de force non conservative, d'où

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + qV_A\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = q(V_A - V_B) = \boxed{qU}$$

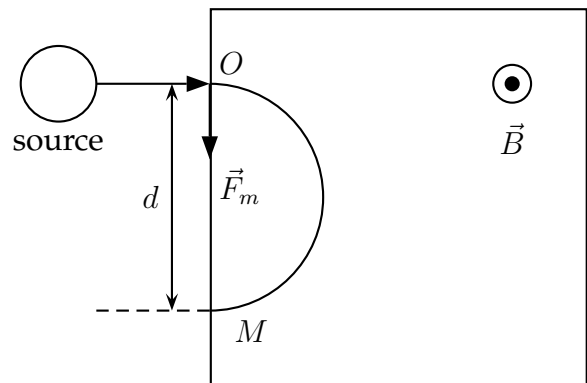
On peut vérifier la cohérence avec la question précédente : si q et U sont de même signe, on a une augmentation d'énergie cinétique et vice-versa.

B. Application : spectromètre de masse

Q19

5. Pour obtenir la trajectoire souhaitée la force magnétique doit être dirigée vers le centre de la trajectoire (comme l'accélération), comme représentée sur le schéma.

En utilisant $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$, on en déduit que le champ magnétique B est dirigé vers le lecteur (ne pas oublier de tenir compte du signe de q si besoin).



Q20

6. La distance d est égale à deux fois le rayon. Soit en utilisant le résultat de la partie A :

$$\boxed{d = \frac{2mv}{qB}}$$

Q22

7. (a) Par analogie avec la partie A, on peut identifier U_{acc} et U puisque nous avons trouvé $U \geq 0$ pour accélérer des particules positives.

On avait $\Delta E_C = qU$ soit $\frac{1}{2}m_i v_i^2 = qU_{acc}$ soit $v_i = \sqrt{\frac{2qU_{acc}}{m_i}}$

Q23

(b) On en déduit donc $\frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1 m_1}{v_2 m_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$. Ainsi, bien que la vitesse dépende de la masse et le rayon aussi, ces deux effets ne se compensent pas parfaitement et la position de l'impact dépend de la masse, et uniquement de la masse. Il est donc possible de séparer les particules en fonction de leur masse simplement en regardant la position de l'impact. Éventuellement, en plaçant des fentes on pourrait même récupérer les particules.

III. ÉTUDE D'UN SISMOGRAPHE

Système : $\{M\}$; Référentiel : référentiel terrestre galiléen; Bilan des efforts : Poids ($\vec{p} = +m\vec{g}$); force de rappel du ressort ($\vec{F} = -k(l(t) - l_0)\vec{e}_x$) et force de frottement fluide ($\vec{f} = -\lambda\frac{d\vec{AM}}{dt}$).

1. (a) Pour trouver la position d'équilibre, on utilise la première loi de Newton : $\vec{f} + \vec{p} + \vec{F} = \vec{0}$. De plus à l'équilibre $\vec{f} = \vec{0}$. En projetant selon x , on en déduit :

Q24

$$mg - k(l_{eq} - l_0) = 0 \Rightarrow l_{eq} = l_0 + \frac{mg}{k}$$

Vérifier la cohérence sur un résultat aussi simple : en regardant le schéma, doit-on avoir $l_{eq} > l_0$ ou l'inverse? Corriger des erreurs de signes sur les forces.

- (b) Le plus simple pour trouver $l(t)$ en étant sûr de ne pas se tromper est d'utiliser la relation de Chasles : $\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OO'} + \vec{O'M} = -\vec{OA} + \vec{OO'} + \vec{O'M}$, soit en projetant selon Ox :

Q25

$$l = -x_A + l_{eq} + x \quad \text{On peut aussi faire un schéma.}$$

- (c) Appliquons le principe fondamental de la dynamique au point M dans \mathcal{R}_g :

$$\vec{f} + \vec{p} + \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -\lambda(\dot{x} - \dot{x}_A) + mg - k(l - l_0) = m\ddot{x}.$$

Remarque : À cette étape il n'y a pas de \ddot{x}_A . Dans le PFD, on a l'accélération de M par rapport au référentiel galiléen d'étude, soit par rapport à O pour nous ici.

Q26

On peut remplacer l en utilisant la question précédente, et utiliser la relation à l'équilibre pour simplifier :

$$m\ddot{x} = -\lambda(\dot{x} - \dot{x}_A) + \underbrace{mg - k(l_{eq} - l_0)}_0 + x - x_A \Rightarrow m\ddot{x} = -\lambda(\dot{x} - \dot{x}_A) - k(x - x_A)$$

- (d) On voit naturellement $\delta = x(t) - x_A(t)$ et $\dot{\delta}$, mais le terme en \ddot{x} ne fait pas apparaître directement $\ddot{\delta}$, il faut donc artificiellement ajouter $-\ddot{x}_A$:

$$m(\ddot{x} - \ddot{x}_A) = -\lambda(\dot{x} - \dot{x}_A) - k(x - x_A) - m\ddot{x}_A \text{ soit } m\ddot{\delta} + \lambda\dot{\delta} + k\delta = -m\ddot{x}_A.$$

Or x_A est connu et on peut calculer $\ddot{x}_A = -\Omega^2 a_1 \cos \Omega t$. On obtient :

$$\ddot{\delta} + \frac{\lambda}{m}\dot{\delta} + \frac{k}{m}\delta = \Omega^2 a_1 \cos \Omega t$$

Q27

Par identification des coefficients, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\lambda}{m}$, soit $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{m\omega_0}{\lambda} = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$.

2. En passant l'équation précédente en régime sinusoïdal forcé (le 2nd membre étant une fonction sinusoïdale) :

$$(j\Omega)^2 \underline{\delta} + (j\Omega) \frac{\omega_0}{Q} \underline{\delta} + \omega_0^2 \underline{\delta} = \Omega^2 a_1 e^{j\Omega t}$$

$$(j\Omega)^2 \underline{\Delta} + (j\Omega) \frac{\omega_0}{Q} \underline{\Delta} + \omega_0^2 \underline{\Delta} = \Omega^2 a_1 \quad (\text{on a divisé par } e^{j\Omega t}, \underline{\Delta} \text{ est l'amplitude complexe}).$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta} \times \left(-\frac{\Omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\Omega}{Q\omega_0} + 1 \right) = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} a_1 \Rightarrow \underline{\Delta} \times \left(-\frac{\Omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\Omega}{Q\omega_0} + 1 \right) = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} a_1 \Rightarrow \underline{\Delta} \times (-u^2 + ju + 1) =$$

Q28

$$u^2 a_1 \Rightarrow \frac{\underline{\Delta}}{a_1} = \frac{u^2}{1 - u^2 + ju}. \text{ Pour obtenir, la formule de l'énoncé, il suffit de prendre le module.}$$

$$\frac{\underline{\Delta}}{a_1} = \frac{u^2}{\sqrt{(1 - u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}}$$

3. En basse fréquence, $u \rightarrow 0$, $\frac{\Delta}{a_1} = \frac{u^2}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}} \underset{0}{\sim} \frac{u^2}{\sqrt{1}} \rightarrow 0$

En haute fréquence, $u \rightarrow \infty$, $\frac{\Delta}{a_1} = \frac{u^2}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}} \underset{\infty}{\sim} \frac{u^2}{\sqrt{(-u^2)^2}} \underset{\infty}{\sim} 1$

Q29

La limite en basse fréquence est 0 et celle en haute fréquence est 1, ce qui est cohérent avec le graphique. Ce filtre est donc de type passe-haut¹.

La réponse étant donnée par le graphique, il faut justifier un minimum pour être crédible. Si vous trouvez des limites valant $\pm\infty$, ne dites pas « oui oui, c'est cohérent », vous perdez toute crédibilité.

4. $Y = \left(\frac{\Delta}{a_1}\right)^2 = \frac{u^4}{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{u^2} - 1\right)^2 + \frac{1}{u^2 Q^2}} = \frac{1}{(\zeta^2 - 1)^2 + \frac{\zeta^2}{Q^2}}$

Le numérateur étant constant, Y admet un maximum si le dénominateur est minimum, on peut donc étudier la fonction $Z : \zeta (\zeta^2 - 1)^2 + \frac{\zeta^2}{Q^2}$.

$\frac{dZ}{d\zeta} = 2 \times 2\zeta(\zeta^2 - 1) + 2\frac{\zeta}{Q^2}$. Pour trouver les minima, on cherche à résoudre $Z = 0$.

$Z = 0 \Leftrightarrow 2\zeta \left(2(\zeta^2 - 1) + \frac{1}{Q^2}\right) = 0$. La solution en $\zeta = 0$ correspond à $u \rightarrow \infty$ et ne nous intéresse donc pas pour une résonance. On aura donc résonance si $2(\zeta^2 - 1) + \frac{1}{Q^2} = 0$ admet une solution. Cette équation est équivalente à

Q30

$\zeta^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$ qui admet des solutions à condition que $1 - \frac{1}{2Q^2} \geq 0 \Leftrightarrow Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}} = Q_0$. Il n'y aura donc pas de résonance si $Q < Q_0$ comme suggéré par le graphique de l'énoncé.

5. Pour savoir comment choisir ω_0 , il faut se rappeler de ce qui est attendu de notre système : « On souhaite que le tracé obtenu reproduise le plus fidèlement possible celui du sol par rapport au référentiel terrestre ». Il faut donc que $\Delta \simeq a_1 \Leftrightarrow \frac{\Delta}{a_1} \simeq 1$ puisque Δ est l'amplitude de notre tracé et a_1 celle de la vibration. D'après le graphique et les limites, ceci est toujours atteint en hautes fréquences $u \gg 1$, c'est-à-dire lorsque $\Omega \gg \omega_0$. Il faut donc choisir

Q31

$\omega_0 \ll \Omega$.

6. Comme on l'a dit précédemment, on souhaite que $\frac{\Delta}{a_1} = 1$. On a vu que c'est toujours atteint en haute fréquence, et puisque l'on veut que ça soit le cas pour le plus de fréquences possible, alors il faut que la fonction $\frac{\Delta}{a_1}$ atteigne sa limite le plus vite possible (et si possible sans résonance pour la fidélité). Dans ce cas, il faut prendre $Q = Q_0$ d'après le graphique donné. En terme de bande passante, pour $u = 3$, la courbe est déjà très proche de 1.

Q32

Remarque : si on s'autorise une très légère résonance, on peut prendre Q légèrement supérieur à Q_0 pour atteindre la limite plus rapidement (tout dépend de la précision dont on a besoin pour la mesure).

7. L'allongement du ressort ($l - l_0$) à l'équilibre est la grandeur $l_{eq} - l_0 = \frac{mg}{k}$. g est connu, on peut utiliser $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0 \ll \Omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 20 \text{ rad/s}$

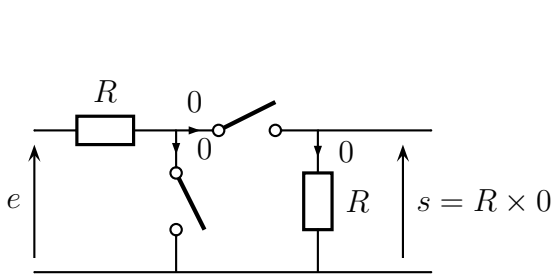
Pour vérifier $\omega_0 \ll \Omega$, prenons un facteur 10 (même si on peut voir sur le graphique que pour de bonne valeur de Q $\simeq Q_0$ un facteur 2 peut suffire). Cela donne $\frac{k}{m} = 4 \text{ rad}^2/\text{s}^2$. Cela donne $l_{eq} - l_0 = \frac{mg}{k} \simeq \frac{10}{4} = 2,5 \text{ m}$. (si on avait pris un facteur 2, on aurait trouvé 1 m). On trouve donc une élévation à vide supérieure à 1 m, c'est donc très important et

Q33

ceux d'autant plus que Ω est faible. Cette technique est donc adaptée aux vibrations hautes fréquences et il faudra trouver d'autres systèmes pour les basses fréquences (c'était l'objet de la suite du problème que nous n'avons pas laissé).

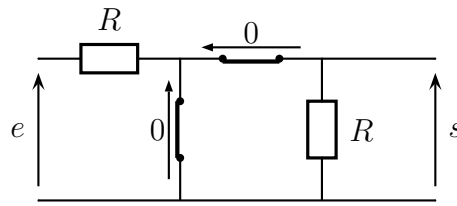
1. Remarque : si Q est élevé, alors on peut tendre vers un comportement de type passe-bande avec une limite curieuse en haute-fréquence. Tous les filtres ne rentrent pas si facilement dans les catégories passe-haut, passe-bas ..., c'est une description simplifiée en général.

IV. LECTURE D'UN DIAGRAMME DE BODE



Comportement BF

Le courant étant nul dans le résistor (interrupteurs ouvert + loi des nœuds), $s = 0$.



Comportement HF

On peut aller d'un côté à l'autre de la flèche de tension en suivant un "fil" (les deux condensateurs se comportant comme des interrupteurs fermés), d'où $s = 0$.

A. Etude théorique

Q34

- Voir les schéma ci-dessus. Quelque soit le signal d'entrée en BF, le signal de sortie vaut 0, de même en HF. Ainsi, ni les hautes fréquences ni les basses ne « passent ». On en déduit que le filtre est sans doute un passe-bande.

Attention à bien justifier puisque le diagramme de Bode est donné. Tracer les circuit et dire "passe-bande" ne suffit donc pas.

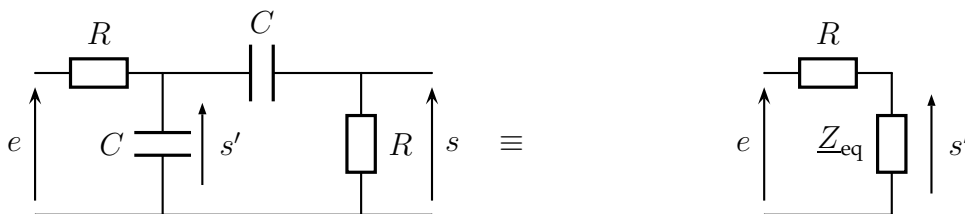
Q35

- Pour avoir les équivalents BF, il suffit de garder au numérateur et au dénominateur les termes de plus bas degré, pour avoir les équivalents HF, les termes de plus haut degré.

Ainsi pour la deuxième fonction proposée, $\underline{H}(jx) = H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{1-x^2+j^{\frac{x}{Q}}} \underset{BF}{\simeq} H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{1} \rightarrow 0$ et $\underline{H}(jx) \underset{HF}{\simeq} H_0 \frac{j^{\frac{x}{Q}}}{-x^2} \rightarrow 0$. On a donc un filtre passe-bande comme dans la question précédente (les deux autres sont un passe-bas et un passe-haut avec le même raisonnement).

Q36

- On pose une tension intermédiaire s' pour pouvoir faire des diviseurs de tension. Pour pouvoir faire un deuxième pont diviseur de tension, on simplifie le circuit.



$$\underline{Y}_{eq} = jC\omega + \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} \quad \underline{Y}_{eq} = jC\omega + \frac{jC\omega}{1 + jRC\omega}$$

Sur le circuit de droite, d'après les ponts diviseurs de tensions :

$$s' = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R + \underline{Z}_{eq}} e = \frac{1}{1 + R\underline{Y}_{eq}} e = \frac{1}{1 + jRC\omega + \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}} e$$

Sur le circuit de gauche, d'après les ponts diviseurs de tension :

$$\underline{s} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} s' = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} s'$$

D'où : $\underline{s} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \times \frac{1}{1 + jRC\omega + \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}} e = \frac{jRC\omega}{(1 + jRC\omega)^2 + jRC\omega} e$

$$\underline{s} = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2} e$$

4. (a) Pour exprimer la pulsation propre ω_0 , le facteur de qualité Q et le gain H_0 en fonction de R et C , on met les deux formules sous la même forme et on identifie (puisque les relations doivent être vraies quelque soit ω). Ici, la forme est déjà similaire puisque l'on a au dénominateur un $1 +$ pour le terme ne dépendant pas de ω (sinon factoriser). On obtient 3 équations en identifiant le terme en ω au numérateur, les termes en ω et ω^2 au dénominateur.

Q37

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 - R^2C^2\omega^2 + 3jRC\omega} = H_0 \frac{j \frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{Q\omega_0}} \Leftrightarrow \begin{cases} RC = \frac{H_0}{Q\omega_0} \\ R^2C^2 = 1/\omega_0^2 \\ 3RC = \frac{1}{Q\omega_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_0 = 1/3 \\ \omega_0 = 1/(RC) \\ Q = 1/3 \end{cases}$$

B. Etude expérimentale

5. (a) Pour mesurer la pente des asymptotes, il faut déjà se placer au niveau des asymptotes, c'est-à-dire dans le cas où l'on tend vers une droite. C'est le cas pour $x < 10^{-1}$ et $x > 10^1$ mais pas entre les deux. Pour $x < 10^{-1}$, on observe que lorsque x est multiplié par 10 ($10^{-2} \rightarrow 10^{-1} : 1$ décade), alors G monte de 20 dB ($-40 \rightarrow -20$), d'où une pente de $+20$ dB/décade. De même pour $x > 10 : -20$ dB/décade.

Q38

- (b) On a déjà vu $\underline{H}(jx) = H_0 \frac{j \frac{x}{Q}}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}} \underset{BF}{\simeq} H_0 \frac{j \frac{x}{Q}}{1} \rightarrow 0$ et $\underline{H}(jx) \underset{HF}{\simeq} H_0 \frac{j \frac{x}{Q}}{-x^2}$ Soit $G \underset{BF}{\simeq} |H_0| \frac{x}{Q}$ et $G \underset{HF}{\simeq} |H_0| \frac{x}{x^2} = \frac{|H_0|}{Qx}$. On en déduit $G_{dB} \underset{BF}{\simeq} 20 \log(|H_0|) + 20 \log(x) - 20 \log(Q)$ et

Q39

$G_{dB} \underset{HF}{\simeq} 20 \log(|H_0|) - 20 \log(x) - 20 \log(Q)$. On a donc une pente de $+20$ dB/décade en basse fréquence ($+20 \log(x)$ augmente de 20 si x est multiplié par 10) et -20 dB/décade en haute fréquence. C'est donc bien cohérent avec la question précédente.

Q40

- (c) D'après la question précédente, les asymptotes coupent la verticale $x = 1$ en $20 \log(|H_0|) - 20 \log(Q)$. En traçant les asymptotes sur le graphe, on lit qu'elles se coupent en $G_{dB} = 0$ d'où $\frac{H_0}{Q} = 1$.

C'est bien cohérent avec la partie A. où l'on avait trouvé $H_0 = 1/3$ et $Q = 1/3$.

6. (a) $\underline{H}(jx) = H_0 \frac{j \frac{x}{Q}}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}}$ N'est pas la forme la plus pratique pour travailler, on a intérêt à diviser par $jx/Q : \underline{H}(jx) = H_0 \frac{1}{Q \frac{1}{jx} - Q \frac{x^2}{jx} + 1} = H_0 \frac{1}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$

On en déduit $G = |H_0| \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}}$.

Puisque le numérateur est constant, alors $G(x)$ est maximum lorsque le dénominateur est minimum. Puisque $\sqrt{\quad}$ est une fonction croissante, elle est minimum si $1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2$ est minimum. Or la valeur la plus petite accessible à un carré est 0 et cette valeur est atteinte si $x = 1$. On en déduit que le maximum de G est atteint en $x = 1$.

Q41

Si vous travaillez avec la forme donnée par l'énoncé, vous ne pouvez pas dire que la fonction est maximale si le dénominateur est minimum car le numérateur n'est pas constant.

Attention à justifier proprement puisque le résultat se voit sur la courbe.

On en déduit que le gain max est $G(1) = |H_0|$, soit $G_M = 20 \log(G(1)) = \boxed{20 \log(|H_0|)}$

Q42

(b) $G_M = 20 \log(|H_0|) = -20 \log(3) = \boxed{-10 \text{ dB}}$, ce qui est cohérent avec le graphique où le maximum est pile entre 0 et -20 dB.

Q43

7. (a) Les fréquences de coupures sont les fréquences telles que $G(f_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$

Elles délimitent la bande passante. *Remarque : donner une définition précise, pas une interprétation telle que "c'est là où le gain varie rapidement" qui est un peu vague (mais utile pour comprendre ce que représente les choses).*

(b) On reprend l'expression de G trouvée précédemment : $G = \frac{|H_0|}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$ et on utilise la

définition :

$$G(x_c) = \frac{max(G)}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|H_0|}{\sqrt{1+Q^2(x_c-\frac{1}{x_c})^2}} = \frac{|H_0|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 1 + Q^2(x_c - \frac{1}{x_c})^2 = 2 \Leftrightarrow Q(x_c - \frac{1}{x_c}) = \pm 1 \Leftrightarrow x_c^2 \pm \frac{x_c}{Q} - 1 = 0. \text{ (Soit deux équations du second degré). Le discriminant est } \Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 > \frac{1}{Q^2} > 0 \text{ et les 4 solutions sont donc } x_c = \frac{\pm \frac{1}{Q} \pm \sqrt{\Delta}}{2}.$$

Q44

On ne garde que les deux solutions positives ($\sqrt{\Delta} > Q$) : $x_{c,+} = \frac{1}{2Q} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$ et $x_{c,-} = -\frac{1}{2Q} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$ $\Delta x = x_{c,+} - x_{c,-} = \frac{1}{Q} = \frac{\omega_{c,+}}{\omega_0} - \frac{\omega_{c,-}}{\omega_0}$ d'où $\boxed{\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}}$.

(c) Pour lire à l'aide du diagramme de Bode, on utilise la règle. 2 cm correspondent à 20 dB, soit 1 dB correspond à 1 mm. En dB, les pulsations de coupures sont telles que $G_{dB} = G_M - 3 \text{ dB}$ ($20 \log(1/\sqrt{2}) = -3$). On trace donc un trait horizontal en prenant 3 mm les pointillés (3 mm à gauche et à droite pour être sûr d'avoir un trait bien horizontal).

Q45

On lit alors graphiquement $x_{c,-} = 3 \times 10^{-1}$ et $x_{c,+} \simeq 3,3$ (entre 3 et 4, légèrement plus près de 3 que de 4).

Q46

(d) On en déduit $x_{c,+} - x_{c,-} = \frac{1}{Q} \simeq 3$ d'où $\boxed{Q \simeq \frac{1}{3} \simeq 0,3}$ ce qui est cohérent avec les expressions précédente. (Remarque : un seul chiffre significatif vu la précision de la « mesure »).

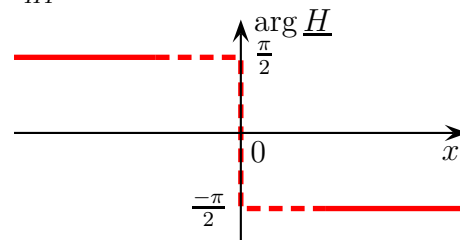
8. On a déjà vu $\underline{H}(jx) = H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1-x^2+j\frac{x}{Q}} \underset{BF}{\simeq} H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1}$ et $\underline{H}(jx) \underset{HF}{\simeq} H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{-x^2}$.

On sait que H_0 est ici un réel positif (argument nul), d'où $\arg(\underline{H}(jx)) \underset{BF}{\simeq} \frac{\pi}{2}$;

Q47

$$\arg(\underline{H}(x=1)) = \arg(H_0) = 0 \quad ;$$

$$\arg(\underline{H}(jx)) \underset{HF}{\simeq} \frac{-\pi}{2}.$$



C. Effets sur quelques signaux

9. (a) On a déjà vu $\underline{H}(jx) \underset{BF}{\simeq} H_0 \frac{j\frac{x}{Q}}{1}$: en basse fréquence ($\omega \ll \omega_0$) le filtre a donc un comportement **dérivateur** (multiplication par $cte \times j\omega$). Cela peut aussi se voir à l'aide des diagramme de bode : pente de +20 dB/décade et phase de $\pm \frac{\pi}{2}$ (+ ici).

- De même $\underline{H}(jx) \underset{HF}{\simeq} \frac{H_0}{Q} \frac{1}{jx}$ en haute fréquence ($\omega \gg \omega_0$) le filtre a donc un comportement **intégrateur** (division par $cte \times j\omega$). Cela peut aussi se voir à l'aide des diagramme de bode : pente de -20 dB/décade et phase de $\pm \frac{\pi}{2}$ (– ici).
- Q48 Toutefois, puisqu'à chaque fois les fonctions intégrateurs ou dérivateur sont réalisées dans la bande coupée, le montage **atténue** fortement le signal en plus de l'intégrer ou de le dériver. De plus, ces fonctions ne fonctionnent que sur un intervalle et non sur tout le spectre.
- (b) On a un signal à $\omega = 10\omega_0 \gg \omega_0$ (on est un peu à la limite de ce que l'on peut considérer comme $\gg \omega_0$). On aura donc un comportement intégrateur d'après la question précédente, soit un signal **triangulaire** en sortie (primitive d'une cte : une droite de pente + ou - en fonction du signe de la constante). De plus, l'amplitude du triangle sera nettement plus faible que celle du créneau.
- Q49
- Q50 10. Si $e(t) = E_0$, on peut voir les choses de deux façons (qui donnent le même résultat) :
- l'amplitude du signal de sortie sera donc $E_0 \times G(\omega = 0) = 0$;
 - ou alors on est dans le cas $\omega \ll \omega_0$, et on a donc un comportement dérivateur ce qui donne 0 en sortie pour une constante en entrée.
- Q51 Quelque soit le raisonnement, on obtient un signal de sortie **continu de valeur nulle**.
11. (a) Pour obtenir ce signal avec un GBF que l'on branche à un oscilloscope :
- on règle la fréquence souhaitée
 - on règle l'amplitude avec le bouton "LEVEL"
 - on règle la valeur moyenne en tirant le bouton "'OFFSET'"
- (b) Si $e(t) = E_0 + E_{1m} \cos(\omega_1 t)$, alors il faut pour chaque fréquence en entrée utiliser la fonction de transfert à cette fréquence là, multiplier l'amplitude par le gain et ajouter l'argument de la fonction de transfert à la phase. On en déduit $s(t) = G(\omega = 0)E_0 + G(\omega = \omega_1)E_{1m} \cos(\omega_1 t + \arg(\underline{H}(\omega = 1))) = \boxed{H_0 E_{1m} \cos(\omega_1 t + 0)}$. Soit numériquement une amplitude de 2 V et une phase à l'origine nulle.
- Q52