Conseils :

- Ce devoir comporte deux exercices.
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **rédaction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).

  Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés. Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

I. DIMENSION DES GRANDEURS MAGNÉTIQUES

1. La force magnétique qui s'exerce entre deux conducteurs parallèles de même longueur L, parcourus par des courants d'intensités I_1 et I_2, et séparés d'une distance d a pour norme

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 \, I_2 \, L}{d} \, .$$

Q1 En déduire la dimension de la perméabilité magnétique du vide μ_0. Justifier.

2. L'expression suivante a servi de définition fondamentale à l'ampère de 1948 à mai 2019 : lorsque les deux fils sont séparés de $d = 1\,\text{m}$ (exactement) et sont parcourus par un courant de même intensité I_0, alors cette intensité est par définition égale à exactement $1\,\text{A}$ lorsque $F/L = 2 \times 10^{-7}\,\text{N/m}$ (exactement).

Q2 En déduire la valeur numérique de μ_0 (écrire explicitement votre application numérique).

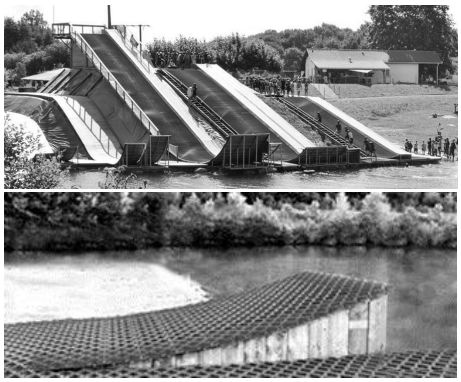
3. Un solénoïde est un long tube creux de longueur totale L beaucoup plus grande que son rayon R, entouré d'un bobinage constitué de N boucles de fil conducteur parcouru par un courant d'intensité I. Vous montrerez en deuxième année qu'un champ magnétique apparaît à l'intérieur du solénoïde, de norme

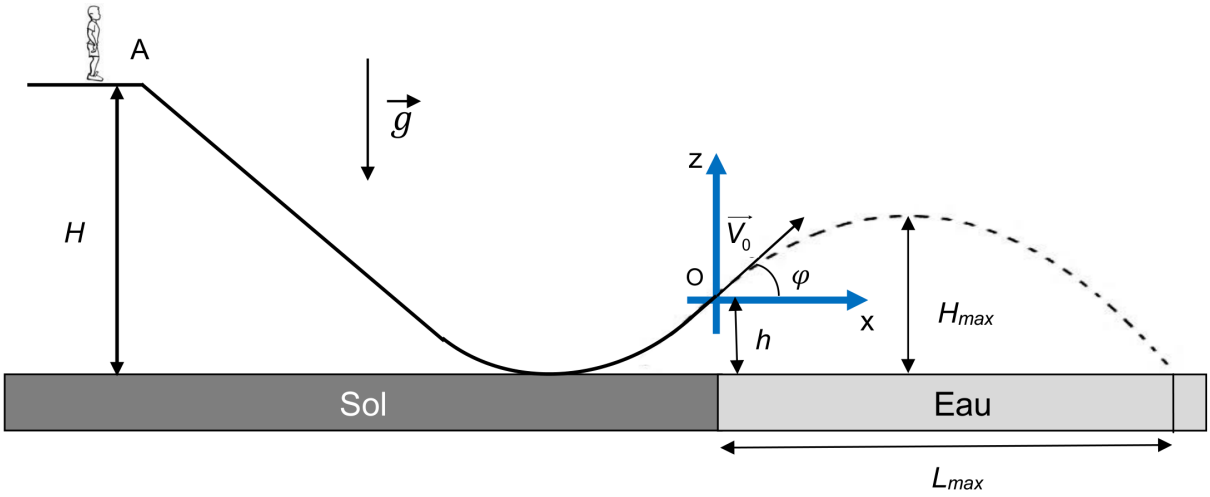
$$B = \frac{\mu_0 \, N \, I}{L}$$

Q3 En déduire la dimension d'un champ magnétique. Justifier.

II. WATER JUMP

Le « *water jump* » est une activité en plein essor. Le principe en est simple : un skieur muni d'une combinaison glisse sur un toboggan préalablement mouillé et terminé par un tremplin. Puis, à la sortie de ce dernier, il effectue un saut en chute libre avant de terminer sa course dans un plan d'eau.
Le « *water jump* » est également utilisé l'été par les skieurs qui ne peuvent s'entraîner sur les pistes faute de neige.





Données :
- accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\,\text{m.s}^{-2}$
- masse du skieur et de son équipement : $m = 73\,\text{kg}$.

Il existe quatre tremplins dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous.

	Hauteur H	Hauteur h	Angle φ
Tremplin débutant	$H_1 = 3{,}5\,\text{m}$	$h_1 = 0{,}85\,\text{m}$	$\varphi_1 = 20\,°$
Tremplin médian	$H_2 = 7{,}0\,\text{m}$	$h_1 = 0{,}85\,\text{m}$	$\varphi_1 = 20\,°$
Tremplin averti	$H_1 = 3{,}5\,\text{m}$	$h_2 = 1{,}7\,\text{m}$	$\varphi_2 = 45\,°$
Tremplin expert	$H_2 = 7{,}0\,\text{m}$	$h_2 = 1{,}7\,\text{m}$	$\varphi_2 = 45\,°$

Les dimensions du skieur étant faibles devant toutes les autres utilisées dans le problème, il est modélisé par un point matériel. Les frottements seront négligés dans toutes les étapes du mouvement.

L'étude est effectuée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le repère Oxz est défini sur le schéma ci-dessus.

L'origine des énergies potentielles est choisie au niveau du sol.

1 Étude énergétique du skieur sur le tremplin

Q4 1. Par des mesures, estimer l'angle φ du tremplin photographié de profil. Expliquer.

2. Utilisation du tremplin débutant :

Q5 (a) Exprimer l'énergie mécanique E_{mA} du skieur à l'instant initial, lorsqu'il s'élance du point A sans vitesse initiale.

Q6 (b) Déterminer la relation entre l'énergie mécanique E_{mO} au moment où il quitte la piste en O et l'énergie mécanique E_{mA}. Justifier votre réponse.

Q7 (c) Déterminer la vitesse V_0 du skieur au point O. Effectuer l'application numérique.

Q8 (d) Vérifier l'homogénéité de la formule obtenue à la question précédente.

3. Utilisation du tremplin médian : le skieur s'élance à présent depuis le tremplin médian.

Q9 (a) Expliquer qualitativement comment varie son énergie mécanique par rapport à la situation précédente.

Q10 (b) Peut-on affirmer que la vitesse du skieur à la sortie du tremplin double lorsque la hauteur du toboggan double ? Justifier votre réponse.

2 Étude du mouvement du skieur après avoir quitté le tremplin

Q11 1. En détaillant votre raisonnement et en précisant la loi utilisée, exprimer le vecteur accélération du skieur lorsqu'il a quitté le toboggan.

Q12 2. On déclenche le chronomètre lorsque le skieur est au point O. Déduire de la question précédente les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement, dans le repère Oxz. On exprimera ces équations en fonction des constantes v_0, φ, et g.

3 Application à l'entraînement pour les skieurs durant l'été

En ski acrobatique (« *free style* »), il faut effectuer un maximum de figures lors des sauts. Pour ce faire, les skieurs doivent sauter le plus haut possible.

Q13 1. Que vaut la composante de la vitesse du skieur suivant z lorsqu'il atteint son point culminant ?

Q14 2. Le skieur atteint sa hauteur maximale à l'instant t_{max}. Exprimer t_{max} en fonction de v_0, g et φ.

3. À l'aide des équations horaires, montrer que l'expression de l'ordonnée correspondante, Q15 notée z_{max} dans le repère Oxz, vaut

$$z_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}$$

4. Calculer la hauteur maximale atteinte H_{max} au-dessus du plan d'eau si le skieur utilise le Q16 « *tremplin averti* » sachant que sa vitesse en O vaut $v_0 = 5{,}9\,\text{m.s}^{-1}$.

Q17 5. Vous êtes entraîneur d'une équipe de ski acrobatique. Choisir le tremplin à utiliser pour que les skieurs fassent un maximum de figures en vol. Justifier votre réponse à l'aide de l'expression de z_{max} établie à la question 2.

Remarques générales

A. Note et barème

Mes abréviations : A.N. = application numérique ; C.S. = chiffre significatif ; C.I. = conditions initiales ; pq = pourquoi.

Pour votre note, il faut bien comprendre que l'échelle de notation n'est plus la même qu'au lycée et il ne faut pas s'en formaliser. Avoir « 10 » ou n'importe qu'elle autre note n'a plus du tout le même sens. Ce n'est qu'**une** note qui représente **cette** copie **ce** jour précis. Si vous avez eu une mauvaise note, rien ne dit que vous en aurez toute l'année et réciproquement.

Au même titre, le classement n'est pas indiqué pour vous stigmatiser, mais pour vous aider à vous repérer dans la classe.

B. Comment progresser ?

Un des moyens de progresser le plus important est d'apprendre de ses erreurs. En tant qu'étudiant, il est **normal** de faire des erreurs et de ne pas avoir tout compris. Les devoirs servent entre autre à vous faire prendre conscience de ce que vous savez et de ce que vous ne savez pas. Il est donc **extrêmement** important de retravailler les devoirs en se posant par exemple les questions suivantes sur les points que vous avez mal traités ou que vous n'avez pas réussi :

1. Pourquoi n'ai je pas su faire cette question ? (En particulier, est-ce que j'ai mal lu l'énoncé, est-ce que j'ai mal compris l'énoncé, est-ce que je ne connaissais pas/pas assez bien mon cours, ai-je voulu aller trop vite, me suis-je trop creusé la tête pour pas grand chose ?)
2. Quel schéma aurai-je pu faire et comment représenter les grandeurs dessus (cela ne fonctionne pas pour toutes les questions, mais ça reste quelque chose de très important) ?
3. Quelles connaissances de cours étaient nécessaires pour cette question et est-ce que je les maitrisais ?
4. À quelle exercice ou exemple de cours ou TP cette question aurait dû me faire penser ?
5. Est-ce j'ai compris le corrigé ? Est-ce que je saurais refaire la question si on me la redonnait demain ?

C. Les erreurs fréquentes

- Attention à la gestion du temps. Il ne faut "ni trainer, ni se précipiter". Il faut justifier avec tous les arguments, mais ne rajoutez pas d'arguments inutiles et ne faites pas non plus de grandes phrases si quelque chose de plus court convient.
- La propreté, le soin et l'orthographe dans les copies est importante. En particulier l'usage de l'effaceur et du correcteur orthographique (« blanc ») est à limiter très très fortement. Dans le cas où un paragraphe ou une phrase entière doivent « disparaitre » de la copie, il vaut mieux les rayer **proprement** à la règle plutôt que de tout effacer (gain de temps et de propreté).
- On change de page (voire même de copie si c'est demandé) pour faire un nouvel exercice.
- Gardez l'énoncé, il ne doit pas être rendu avec la copie. Si quelque chose doit être complété, l'énoncé fournira une feuille à part où vous pourrez inscrire votre nom.
- Attention à ce que j'appelle des « arnaques » (volontaires ou non) : je connais le résultat que je veux trouver, je change « miraculeusement » certains signes pour que de mon hypothèse fausse arrive à un résultat juste. C'est très mal vu par les correcteurs.
- Lorsque la réponse est donnée dans l'énoncé, il est indispensable d'être **irréprochable** au niveau de ses justifications.

I. DIMENSION DES GRANDEURS MAGNÉTIQUES

1. D'après l'expression donnée,

$$[\mu_0] = \frac{[2\pi]\,[F]\,[d]}{[I_1]\,[I_2]\,[L]} \tag{1}$$

D'après la loi de la quantité de mouvement, une force a pour dimension

$$[F] = [m\dot{v}] = M \times \frac{L\,T^{-1}}{T} = M \cdot L \cdot T^{-2} \tag{2}$$

Il faut donner et justifier la dimension de F (puis de N ci-dessous).

Q1 Ainsi,

$$[\mu_0] = \frac{1 \times M\,L\,T^{-2} \times L}{I^2 \times L} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\mu_0] = M \cdot L \cdot I^{-2} \cdot T^{-2}\,.} \tag{3}$$

Q2 2. On trouve

$$\mu_0 = \frac{2\pi\,F\,d}{I_0^2\,L} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot s^{-2}} = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot s^{-2}} \tag{4}$$

Remarque : On retient le plus souvent cette valeur numérique sous la forme $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m où le symbole H désigne l'unité Henry, que nous définirons en électronique.
La valeur de μ_0 a la particularité d'être fixée par convention : c'est la définition retenue pour l'ampère qui impose la valeur de μ_0.
Les valeurs numériques étaient données de façon "exacte". Cela ne voulait donc pas dire qu'il n'y avait qu'un seul chiffre significatif. Le nombre de C.S. de la réponse pouvait donc être choisi de façon raisonnable, généralement 3 ou 4 C.S.

Q3 3. N est un nombre de boucles, et est donc sans dimension. Ainsi,

$$[B] = \frac{[\mu_0]\,[N]\,[I]}{[L]} = \frac{M\,L\,I^{-2}\,T^{-2} \times 1 \times I}{L} \quad \text{soit} \quad \boxed{[B] = M \cdot I^{-1} \cdot T^{-2}\,.} \tag{5}$$

II. WATER JUMP

1 Étude énergétique du skieur sur le tremplin

Q4 1. Soit on utilise directement un rapporteur pour évaluer l'angle sur la photo, soit on utilise la règle. Ici $\tan(\varphi) = \frac{1}{3}$ ce qui donne $\varphi \simeq 18°$.

Cela n'a pas de sens de mesurer l'angle sur le schéma.

Certains ont fait des mesures sur les tremplins au fond, mais il était bien demandé « de profil ».

2. Utilisation du tremplin débutant :

(a) Par définition $E_{mA} = E_{pA} + E_{cA}$, l'énoncé nous indique "sans vitesse initiale", on a donc $v_A = 0 \Rightarrow E_{cA} = 0$; de plus la seule énergie potentielle est l'énergie potentielle de pesanteur, l'altitude par rapport au sol étant de H au point A, on en déduit $E_{pA} = +mgH$.

Q5 D'où l'énergie mécanique du skieur à l'instant initial est $\boxed{E_{mA} = mgH}$

> ***Veillez à utiliser les données de l'énoncé pour exprimer votre réponse littérale. z est une variable. L'altitude vaut H en A (alors que $z = H - h$)... $E_{pp,A}$ n'est pas une donnée.***

(b) Puisque les frottements sont négligés et que les seules autres forces appliquées au skieur sont le poids (pris en compte dans l'énergie potentielle de pesanteur) et la réaction du support (ne travaillant pas puisque le mouvement est parallèle au support, d'où $\vec{v} \perp \vec{R}$), alors l'énergie mécanique ne varie pas.

Q6 On en déduit que $\boxed{E_{mO} = E_{mA}}$

> ***Ne dites pas juste « l'énergie mécanique se conserve » : ce n'est pas vrai pour tous les mouvements ! Il faut donc le justifier ici.***

On peut penser à une voiture qui démarre ou freine : son énergie mécanique varie.

Q7 (c) $E_{mO} = E_{mA} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 + mgh = mgH \Rightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{2g(H-h)} = 7{,}2\,\text{m/s}}$.

Q8 (d) $[V_0] = L.T^{-1}$ et $[\sqrt{2g(H-h)}] = (L.T^{-2}.L)^{1/2} = L.T^{-1}$
Les deux membres de l'équation ont même dimension, l'équation est bien homogène.

3. Utilisation du tremplin médian : le skieur s'élance à présent depuis le tremplin médian.

(a) Initialement, sa vitesse est la même, mais il s'élance de plus haut. Ainsi l'énergie cinétique initiale n'a pas varié mais l'énergie potentielle initiale a augmenté. L'énergie
Q9 mécanique a donc augmenté par rapport à la situation précédente. On peut même dire que la hauteur étant deux fois plus haute et l'énergie potentielle étant proportionnelle à la hauteur, alors l'énergie mécanique est deux fois plus grande.

(b) $H_2 = 2H_1$ donc $V_0' = \sqrt{2g(H_2 - h)} \neq 2V_0$
Même si l'énergie mécanique a doublé, cela ne veut pas dire que la vitesse est deux fois
Q10 plus élevée :
- ➢ la vitesse n'est pas proportionnelle à H,
- ➢ la vitesse n'est pas proportionnelle à l'énergie cinétique mais à sa racine carré ;
- ➢ il faut prendre en compte le paramètre h, même si H augmente d'un facteur 4, alors la vitesse finale ne sera pas multipliée par 2 car l'énergie cinétique finale n'est pas directement égale à l'énergie potentielle initiale.

Pour que la vitesse soit deux fois plus élevée, la condition nécessaire serait que le paramètre $H - h$ soit multiplié par 4 (il faudrait $H = 11{,}45\,\text{m}$ ici).

2 Étude du mouvement du skieur après avoir quitté le tremplin

1. On étudie le système { skieur } assimilé à un point matériel dans le référentiel terrestre. Les frottements sont négligés et le skieur a quitté le sol, on en déduit que seul le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ s'applique sur le skieur.

Q11 En utilisant la seconde loi de Newton, on en déduit que $m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{e}_z}$

2. D'après l'équation vectorielle précédente, on déduit les deux équations scalaires :

$$\begin{cases} \ddot{x} &= 0 \\ \ddot{z} &= -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} &= cte_1 \\ \dot{z} &= -gt + cte_2 \end{cases}$$

Pour déterminer les constantes d'intégration, on utilise les conditions initiales (à $t = 0$ ici puisque le chronomètre est déclenché lorsque le skieur quitte le tremplin).
Pour la vitesse : $\dot{x}(t=0) = V_{0x} = V_0 \cos\varphi$ et $\dot{z}(t=0) = V_{0z} = V_0 \sin\varphi$

$$\begin{cases} \dot{x}(t=0) &= V_0 \cos\varphi = cte_1 \\ \dot{z}(t=0) &= V_0 \sin\varphi = -g \times 0 + cte_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} &= V_0 \cos\varphi \\ \dot{z} &= -gt + V_0 \sin\varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x &= V_0 \cos\varphi \times t + cte_3 \\ z &= -g\frac{t^2}{2} + V_0 \sin\varphi \times t + cte_4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x &= V_0 \cos\varphi \times t \\ z &= -g\frac{t^2}{2} + V_0 \sin\varphi \times t \end{cases}}$$

Q12 Les dernières constantes sont déterminées en utilisant qu'à $t = 0$ le skieur est au point O, soit $x(t=0) = 0$ et $z(t=0) = 0$.

Il faut écrire explicitement quelles sont les conditions initiales.

Si vous avez oublié le $-$ devant g, cela fait un skieur qui ne retombera jamais ! C'est incohérent.

3 Application à l'entraînement pour les skieurs durant l'été

Q13 1. Au point culminant, la fonction $t \mapsto z(t)$ atteint un maximum, on en déduit que sa dérivée est nulle, soit $\boxed{v_z(t_{max})) = \dot{z}(t_{max}) = 0}$

C'est faux de dire que la vitesse est nulle.

Q14 2. En utilisant l'équation précédente $\dot{z}(t_{max}) = 0 \Leftrightarrow -gt_{max} + V_0 \sin\varphi = 0 \Leftrightarrow \boxed{t_{max} = \dfrac{V_0 \sin\varphi}{g}}$

3. À l'aide des équations horaires, $z = -g\frac{t^2}{2} + V_0 \sin\varphi \times t$ et puisque $z_{max} = z(t_{max})$ on en
Q15 déduit

$z_{max} = \frac{-g}{2}\frac{V_0^2 \sin^2\varphi}{g^2} + V_0 \sin\varphi \frac{V_0 \sin\varphi}{g}$ $\boxed{z_{max} = \dfrac{1}{2}\dfrac{V_0^2 \sin^2\varphi}{g}}$

Q16 4. A.N. $H_{max} = z_{max} + h_2 = \frac{5{,}9^2 \times \sin^2(45°)}{2*9{,}81} + 1{,}7 = \frac{5{,}9^2}{2\times 2\times 9{,}81} + 1{,}7$ $\boxed{H_{max} = 2{,}6 \text{ m}}$

Q17 5. Pour faire un maximum de figures, on cherche à avoir H_{max} le plus grand possible. Or $H_{max} = z_{max} + h = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 \sin^2\varphi}{g} + h$.
On cherche donc à maximiser V_0 et $\sin\varphi$. Or $V_0 = \sqrt{2g(H-h)}$ donc $H_{max} = (H-h)\sin^2\varphi + h$.
Si l'on calcule H_{max} pour chacun des tremplins, on trouve :
Débutant : $H_{max} = 1{,}2$ m et Médian : $H_{max} = 1{,}6$ m,
Averti : $H_{max} = 2{,}6$ m et Expert : $H_{max} = 4{,}4$ m.
C'est donc bien le tremplin $\boxed{expert}$ qui permet de faire le plus de figures.