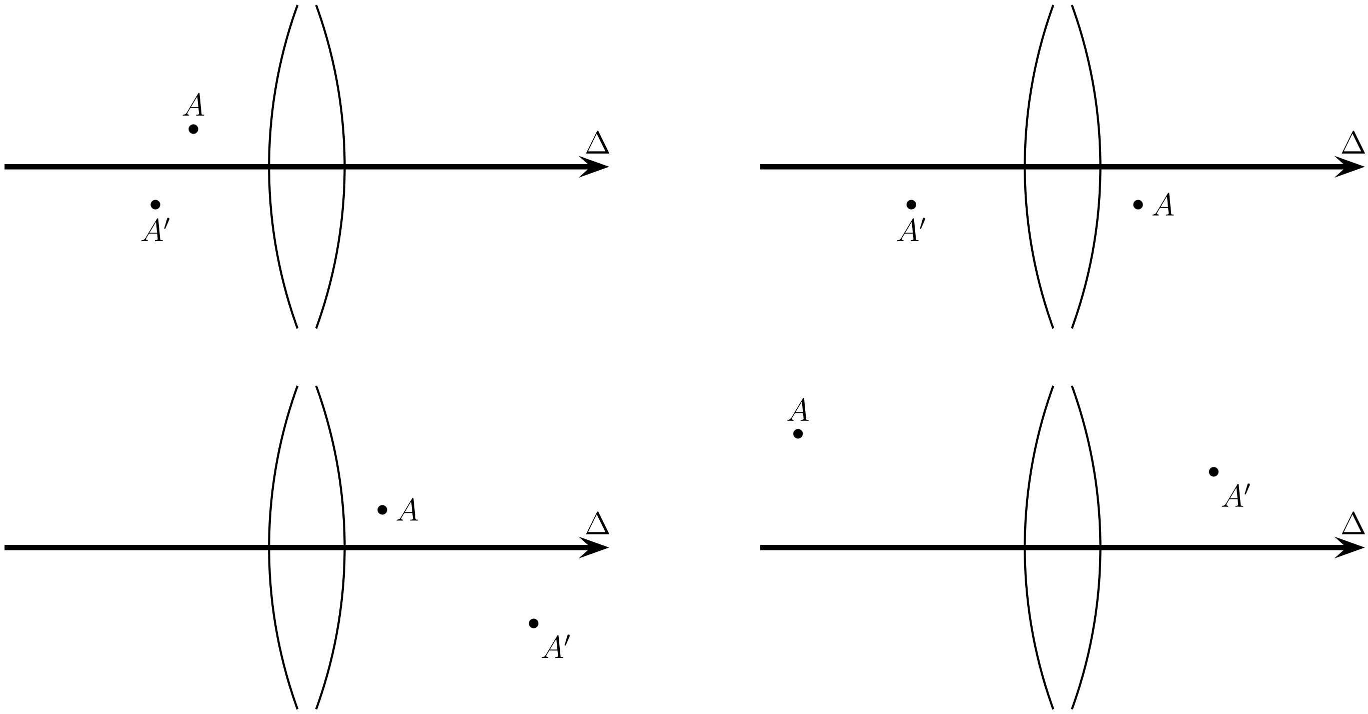
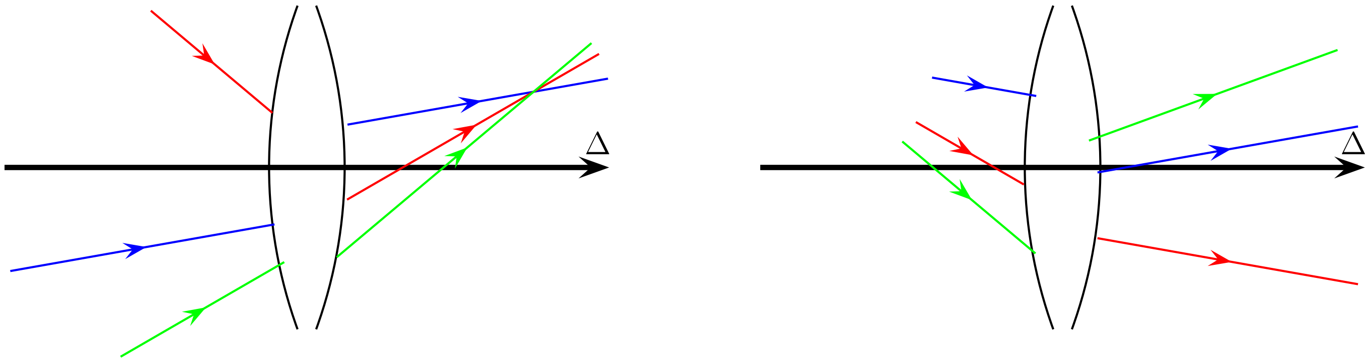
# TRAVAUX DIRIGÉS DE $O_2$

**Exercice 1 :** Caractère réel ou virtuel

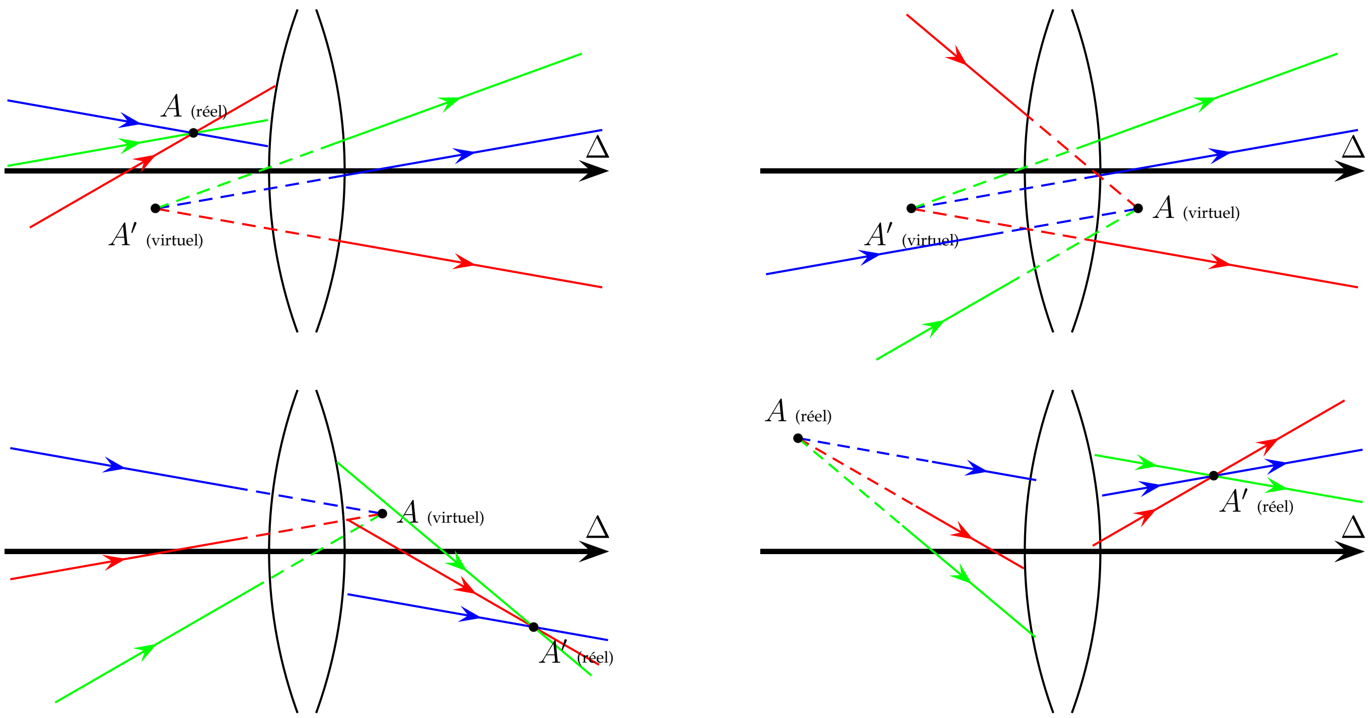
Dans les différents cas, $A$ représente un objet, $A'$ représente une image, () représente un système optique quelconque et l'axe optique $\Delta$ est orienté vers la droite. Pour chaque cas, préciser le caractère réel ou virtuel de $A$ et $A'$ et tracez des rayons possibles (c'est-à-dire des rayons pour lesquels $A$ est bien l'objet et $A'$ l'image).



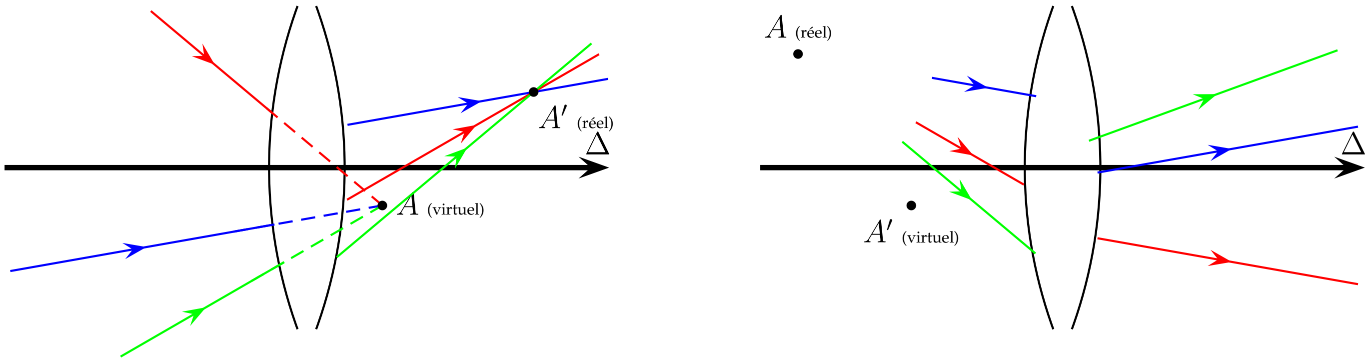

Dans les différents cas, l'axe optique $\Delta$ est orienté vers la droite. Indiquez sur les schémas les positions des objets et des images et indiquez leur caractère réel ou virtuel.




Dans les différents cas, $A$ représente un objet, $A'$ représente une image, () représente un système optique quelconque et l'axe optique $\Delta$ est orienté vers la droite. Pour chaque cas, préciser le caractère réel ou virtuel de $A$ et $A'$ et tracez des rayons possibles (c'est-à-dire des rayons pour lesquels $A$ est bien l'objet et $A'$ l'image).

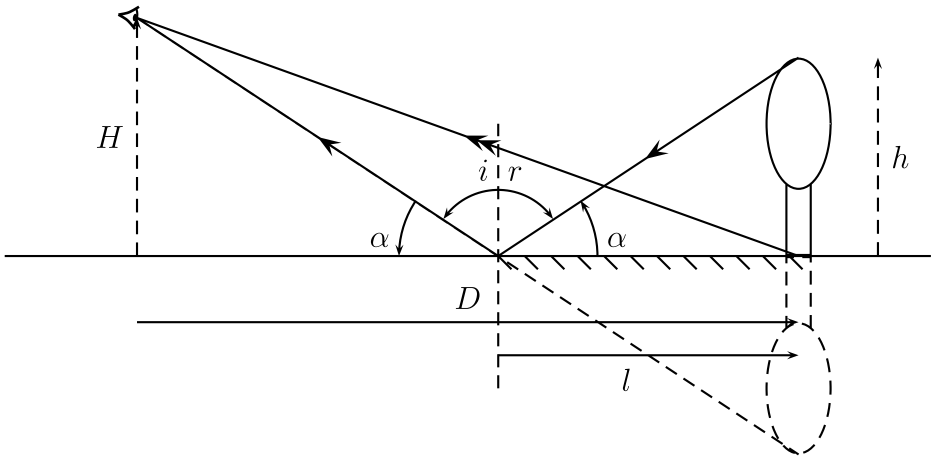



Dans les différents cas, l'axe optique $\Delta$ est orienté vers la droite. Indiquez sur les schémas les positions des objets et des images et indiquez leur caractère réel ou virtuel.




**Exercice 2 :** Réflexion sur un miroir horizontal.
Un homme dont les yeux sont placés à $H = 1{,}80$ m du sol cherche à observer un petit arbre de hauteur $h = 1{,}50$ m situé à une distance $D = 5{,}00$ m par réflexion sur un miroir plan posé à plat sur le sol.
Déterminer la position et la largeur minimale du miroir.

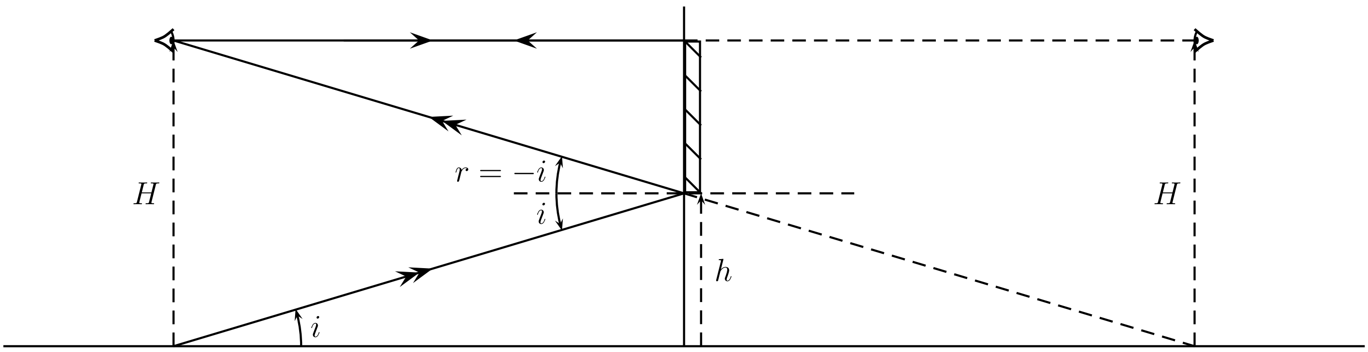
Comme souvent optique, le plus difficile est de tracer une figure correcte.
Restera ensuite à utiliser des relations de l'optique (lois de Snell-Descartes) et mathématiques (trigonométrie, somme des angles orientés d'un triangle ...).
Començons par la figure : dessinons d'abord le reflet de l'arbre dans le miroir, traçons ensuite les rayons limites arrivant à l'œil de l'observateur.




Il faut bien comprendre que l'observateur regarde l'image de l'arbre dans le miroir et non le miroir lui même.
On voit sur la figure que le miroir doit atteindre le pied de l'arbre.
D'après la loi de la réfraction, $i = -r$ et on peut écrire $\tan\alpha = \frac{h}{l} = \frac{H}{D-l}$ où $l$ est la longueur du miroir. On en déduit $l = \frac{hD}{H+h} \simeq 2{,}27$ m.

**Exercice 3 :** Réflexion sur un miroir vertical.
✍ Un homme dont les yeux sont placés à $H = 1{,}80$ m du sol cherche à s'observer entièrement par réflexion dans un miroir plan vertical.
Déterminer la position et la hauteur minimale du miroir.

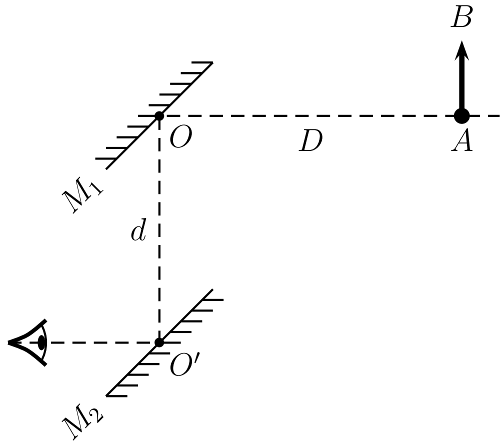
Comme souvent optique, le plus difficile est de tracer une figure correcte. Restera ensuite à utiliser des relations de l'optique (lois de Snell-Descartes) et mathématiques (trigonométrie, somme des angles orientés d'un triangle ...).




Començons par la figure : dessinons d'abord le reflet de l'homme dans le miroir, traçons ensuite les rayons limite arrivant à son œil.
On voit directement sur cette figure que quelque soit la distance qui sépare l'homme du miroir, ce dernier doit monter à hauteur de l'œil ($H = 1{,}8$ m) et descendre jusqu'à $h = \frac{H}{2} = 90$ cm.

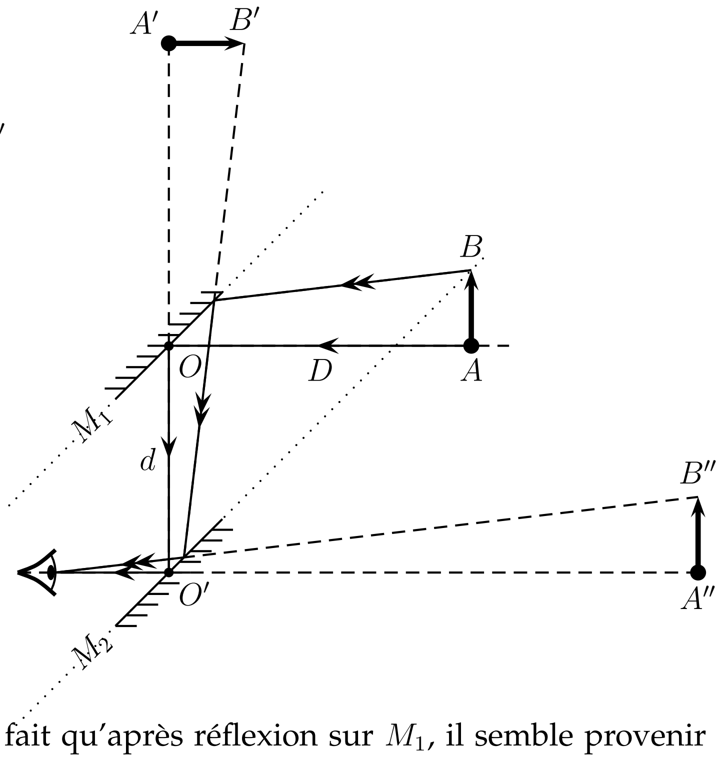
**Exercice 4 :** Image d'un objet par un périscope.

✍




Un périscope simple est un système optique formé de deux miroirs plans qui permet par exemple d'observer un défilé par dessus une foule.
Les périscopes de sous-marins sont des systèmes optiques plus compliqués.
On suppose que les plans des miroirs font un angle de 45° avec la verticale.
L'objet $AB$ observé est lui aussi vertical et à la distance $D$ du centre $O$ du miroir supérieur.
La distance $OO'$ entre les deux centres des miroirs est $d$.

1. Par construction, déterminer la position de $A''B''$, l'image de $AB$ par le système optique.
2. Quelle est la valeur du grandissement ?
3. Le système optique est-il stigmatique ?
4. Tracer deux rayons issus de $AB$ et qui traversent le système optique et parviennent à l'œil. Préciser la nature de $A''B''$.




1. Construction :
   On place $A'B'$ l'image de $AB$ par le premier miroir (c'est son symétrique par rapport au plan du miroir $M_1$) puis $A''B''$ celle de $A'B'$ par rapport au second miroir ($A''B''$ est le symétrique de $A'B'$ par rapport au plan du miroir $M_2$).
   On a ainsi montré que $A''B''$ est verticale droite et que $O'A'' = d + D$
2. Le grandissement est $\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = +1$.
3. Les deux miroirs plans étant stigmatiques, le système est lui même rigoureusement stigmatique.
4. On trace deux rayons issus de $B$ et qui traversent le système optique.
   Pour le premier, on peut prendre un rayon issu de $A$ et passant par $O$ et $O'$.
   Pour le second, issu de $B$, on utilise le fait qu'après réflexion sur $M_1$, il semble provenir de $B'$, puis de $B''$ après réflexion sur $M_2$. Pour faciliter la construction, on a intérêt à partir de l'œil et remonter le sens de la lumière (utilisation du principe de retour inverse de la lumière).

On remarque sur la figure que les rayons parvenant finalement à l'œil "semblent provenir" de $A''B''$, c'est donc une image virtuelle.

Remarque : pour l'œil qui l'observe, il s'agit d'un objet virtuel dont il fait une image réelle sur la rétine.

**Exercice 5 :** Association de miroirs plans.

1. Deux miroirs plans carrés $(M_1)$ et $(M_2)$, de coté $h = 50$ cm, sont disposés face à face, parallèlement l'un à l'autre à une distance de $D = 150$ cm.

On incline ensuite $(M_2)$ d'un angle de 5° sur la verticale (rotation autour d'un axe horizontal passant par le bord inférieur de $(M_2)$).

Entre ces deux miroirs est placée une source Laser $S$ émettant un rayon lumineux horizontal en direction de $(M_2)$. Le rayon se réfléchit sur le bord inférieur de celui-ci.

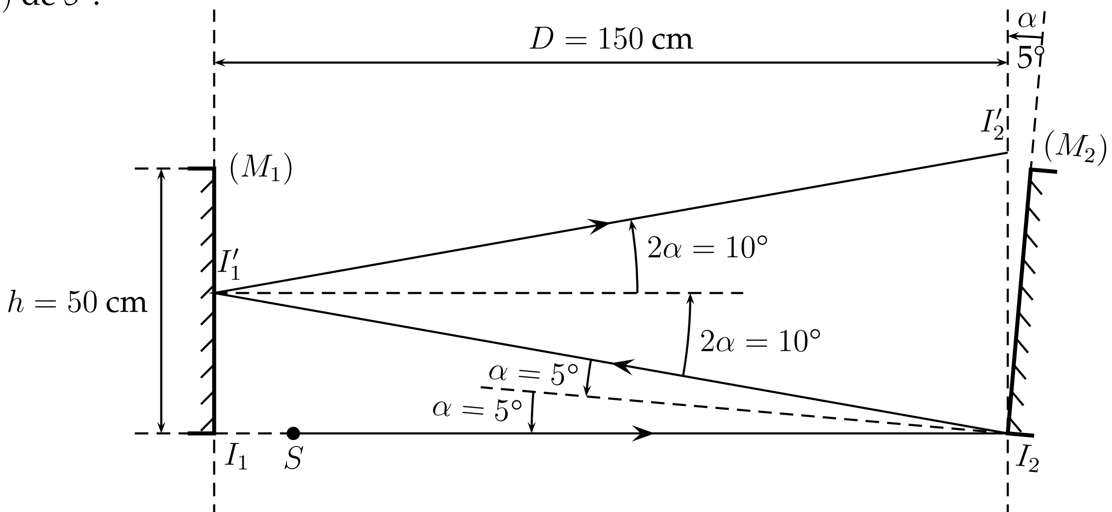
Déterminer le nombre de réflexions ayant lieu sur le miroir $(M_1)$ avant que le rayon ne ressorte de l'espace situé entre les deux miroirs.

2. Les deux miroirs précédents sont désormais parallèles et distant de $D$.

   Une source ponctuelle $S$, située à la distance $d$ du miroir $(M_1)$ émet de la lumière dans toutes les directions. En posant le point $S$ comme origine des positions, déterminer celles des images de $S$ formées par le système optique.

   On donnera la valeur des $\overline{SS_n}$ et $\overline{SS'_n}$ où $n > 0$ un entier, $S_n$ les images de $S$ par $(M_2)$ puis $(M_1)$ puis $(M_2)$ ... (première série) et $S'_n$ celles de $S$ par $(M_1)$ puis $(M_2)$ puis $(M_1)$ ... (seconde série).

1. Représentons la situation sur une figure : on a placé $(M_1)$ et $(M_2)$ en regard avant d'incliner $(M_2)$ de 5°.



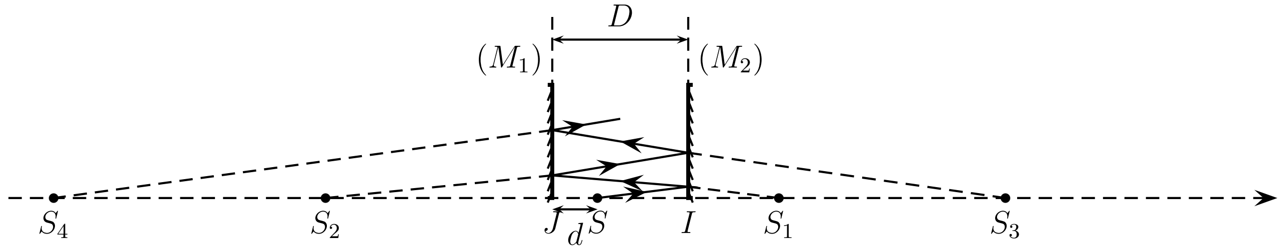

   Le rayon issu de $S$ se réfléchit en $I_2$ sur de $(M_2)$ puis en $I'_1$ sur $(M_1)$ avant de se diriger à nouveau vers vers $(M_2)$ qu'il atteindrait en $I'_2$.

   Dans le triangle isocèle $I'_1 I_1 I'_2$, on détermine $I_2 I'_2 = 2 I_1 I_2 = 2D.\tan\alpha \simeq 53$ cm $> h = 50$ cm.

   Après réflexion sur $(M_1)$, le rayon passera au-dessus de $(M_2)$ et on en conclut que le rayon ne subira que deux réflexions (une sur $(M_1)$ puis une sur $(M_2)$) avant de ressortir de l'espace situé entre les deux miroirs.

2. Les deux miroirs sont à nouveau parallèles comme sur la figure ci-dessous.

   **Première série :** $S - (M_2) \to S_1 - (M_1) \to S_2 - (M_1) \to S_3 - (M_2) \to S_4$ ...




   Tout rayon issu de $S$ semble provenir de $S_1$ après réflexion sur $(M_2)$ avec $S_1$ symétrique de $S$ par rapport à $(M_2)$. Puis, après réflexion sur $(M_1)$, ces rayons semblent provenir de $S_2$ le symétrique de $S_1$ par rapport à $(M_1)$ (Cf figure ci-dessus).

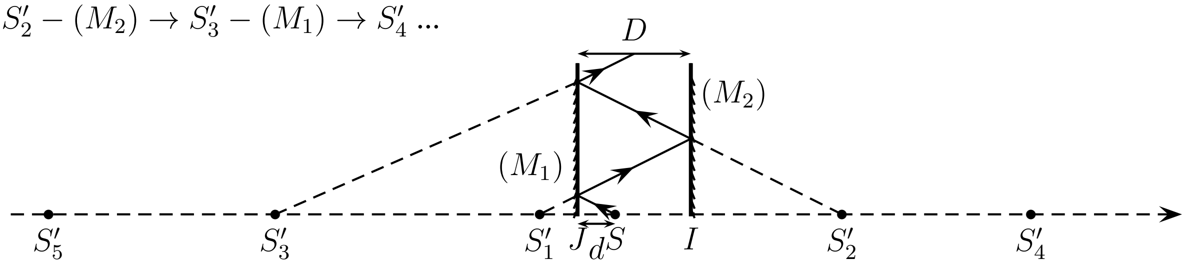
   On lit alors

- $\overline{SS_1} = 2\overline{SI} = 2D - 2d$,
- $\overline{SS_2} = \overline{SS_1} + \overline{S_1S_2} = \overline{SS_1} + 2\overline{S_1J} = \overline{SS_1} + 2\overline{S_1S} + 2\overline{SJ} = -\overline{SS_1} + 2\overline{SJ} = -2(D-d) - 2d$ soit $\overline{SS_2} = -2D$,
- $\overline{SS_3} = \overline{SS_2} + 2\overline{S_2I} = \overline{SS_2} + 2(\overline{S_2S} + \overline{SI}) = -\overline{SS_2} + 2\overline{SI} = 2D + 2(D-d) = 4D - 2d$.
- De même, en décomposant de la même manière, on obtient $\overline{SS_4} = -\overline{SS_3} + 2\overline{SJ} = -4D + 2d - 2d = -4D$ puis
- $\overline{SS_5} = -\overline{SS_4} + 2\overline{SJ} = 4D + 2(D-d) = 6D - 2d$ on aura ensuite
- $\overline{SS_6} = -6D + 2d - 2d = -6D$, $\overline{SS_7} = 6D + 2(D-d) = 8D - 2d$ ...

On en déduit pour la première série :

- si $n$ est impair, $\overline{SS_n} = (n+1)D - 2d$ et
- si $n$ est pair, $\overline{SS_n} = -nD$.

**Seconde série :** la figure est semblable, on considère la série $S - (M_1) \rightarrow S'_1 - (M_2) \rightarrow S'_2 - (M_2) \rightarrow S'_3 - (M_1) \rightarrow S'_4$ ...




Par la même méthode que pour la série précédente, on relève

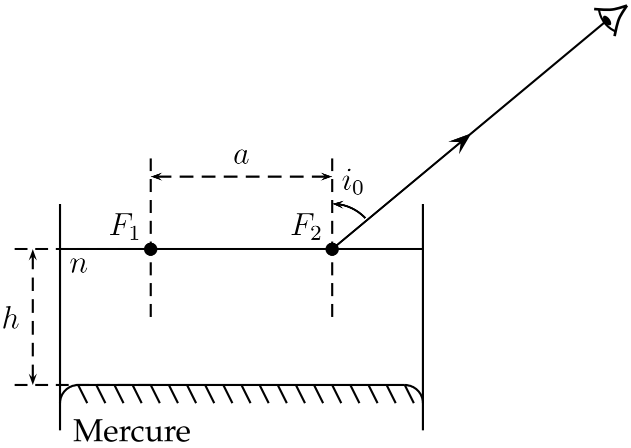
- $\overline{SS'_1} = 2\overline{SJ} = -2d$ puis
- $\overline{SS'_2} = \overline{SS'_1} + 2\overline{S'_1I} = \overline{SS'_1} + 2\overline{S'_1S} + 2\overline{SI} = -\overline{SS'_1} + 2\overline{SI} = 2d + 2(D-d) = 2D$,
- $\overline{SS'_3} = -\overline{SS'_2} + 2\overline{SJ} = -2D - 2d$
- $\overline{SS'_4} = -\overline{SS'_3} + 2\overline{SI} = 2D + 2d + 2(D-d) = 4D$
- $\overline{SS'_5} = -\overline{SS'_4} + 2\overline{SJ} = -4D - 2d$ ...

D'où pour la seconde série :

- si $n$ impair, $\overline{SS'_n} = -(N-1)D - 2d$ et
- si $n$ pair, $\overline{SS'_n} = nD$.

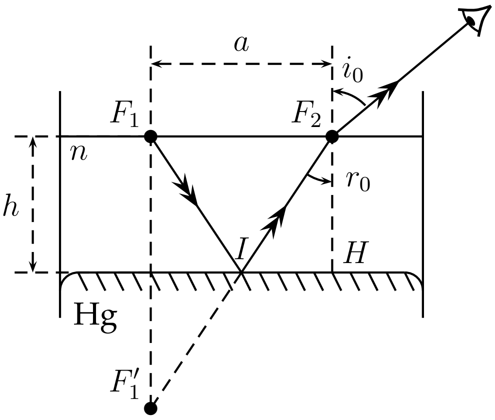
**Exercice 6 :** Mesure de l'indice d'un liquide.

Deux fils parallèles $F_1$ et $F_2$, distants de $a$, sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice $n$, grâce à des flotteurs (non représentés sur la figure).
Le liquide est placé dans un récipient dont le fond est garni de mercure, formant un miroir plan. Soit $h$ la hauteur de liquide au-dessus du mercure ; cette hauteur est réglable grâce à un dispositif de vase communicants.
On observe l'un des fils sous une incidence $i_0$ donnée, et on règle $h$ de façon que l'image de l'autre fil par le miroir coïncide avec le fil observé.
Donner l'expression de $n$ en fonction de $i_0$ , $a$ et $h$.




Représentons l'image $F_1'$ de $F_1$ par le miroir.

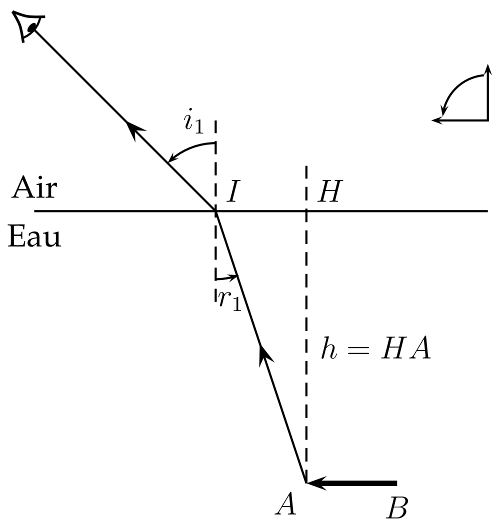
On respectera la loi de la réflexion en $I$ en considérant qu'après réflexion, la lumière semble provenir de $F_1'$.
$F_1'$ et $F_2$ coïncident si les rayons parvenant à l'œil de l'observateur, directement de $F_2$ et de $F_1$ après réflexion sur le miroir puis réfraction sont confondus. Il faut donc que l'angle de réfraction sur le dioptre liquide → air soit $i_0$ avec $n.\sin r_0 = \sin i_0$.
Dans le triangle $F_2IH$ rectangle en $H$, on lit $\sin r_0 = \frac{HI}{F_2I}$ soit $\sin r_0 = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}} = \frac{a}{\sqrt{4h^2+a^2}}$.




Des deux relations précédentes, on déduit $\frac{na}{\sqrt{4h^2+a^2}} = \sin i_0 \Rightarrow n = \sqrt{1+4\frac{h^2}{a^2}}\sin i_0$.

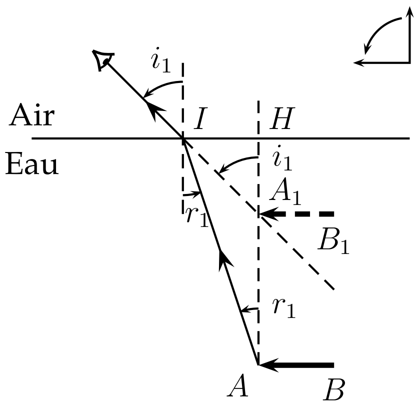
**Exercice 7 :** Pécheur au harpon.
On considère $n_{\text{air}} \simeq 1{,}00$ et $n_{\text{eau}} = n \simeq 1{,}33$.

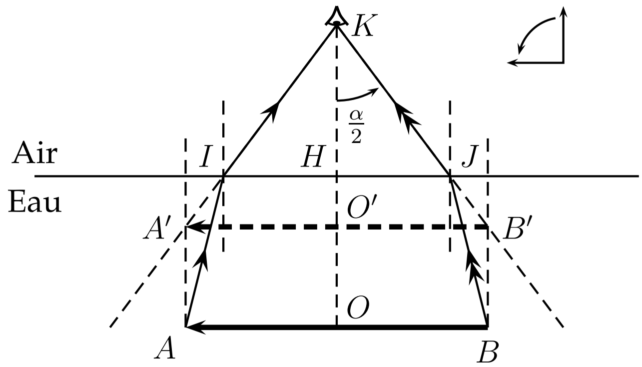
1. Une truite assimilée à un segment $AB = 40$ cm horizontal se situe à la profondeur $HA = 1$ m.
   Un pécheur observe $A_1B_1$, l'image de $AB$ par le dioptre, sous une incidence (pour $A_1$) $i_1 = 30°$.
   Puis en se rapprochant sous une incidence $i_2 = 10°$.
   Exprimer $HA_1$ et $HA_2$ la position des images $A_1$ et $A_2$ vues par le pécheur en fonction de $h$, $n$ et $i_1$ ou $i_2$. Faire les applications numériques et conclure.
2. Le pêcheur étant maintenant quasi vertical par rapport au milieu $O$ de la truite, quelle est la position apparente du poisson et son diamètre angulaire apparent $\alpha$. On considérera que les yeux du pécheur sont situés à 1 m de la surface de l'eau ?




1. Pour réaliser la figure, on pourra s'inspirer de celle du cours tout en adaptant les notations (Cf ci-dessous à gauche).

Comme pour l'instant $i$ n'est pas faible devant 1 radian, on ne peut pas linéariser les relations de Snell Descartes ($\sin i_1 \neq i_1$) et on garde $n_{\text{air}} \sin i_1 = n_{\text{eau}} \sin r_1 \Rightarrow \sin i_1 = n.\sin r_1$.




Dans $IHA_1$ et $IHA$, deux triangles rectangles ayant le coté $IH$ commun, $\tan i_1 = \frac{\overline{HI}}{\overline{A_1H}}$ et $\tan r_1 = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$ d'où $\overline{HA} = \frac{\tan i_1}{\tan r_1}\overline{HA_1} = \frac{\sin i_1.\cos r_1}{\sin r_1 \cos i_1}\overline{HA_1}$.
Pour éliminer $r_1$ dans l'expression précédente, on utilise $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$ et $\cos^2 r_1 + \sin^2 r_1 = 1 \Rightarrow \cos r_1 = \sqrt{1-\sin^2 r_1} = \sqrt{1-\frac{\sin^2 i_1}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}$.
On en déduit finalement $\overline{HA} = \frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2-\sin^2 i_1}}\overline{HA_1}$. De même, $\overline{HA} = \frac{\cos i_2}{\sqrt{n^2-\sin^2 i_2}}\overline{HA_2}$.
Applications numériques : pour $\overline{HA} = -1$ m et $i_1 = 30°$ on calcule $\overline{HA_1} \simeq -70{,}2$ cm et pour $i_2 = 10°$, $\overline{HA_2} \simeq -75$ cm.
Remarque : si on se place dans les conditions de Gauss ($i$ faible devant 1 radian), l'expression se simplifie (Cf cours) et on obtient $\overline{HA'} = \frac{\overline{HA}}{n} \simeq 75$ cm.
Pour le pécheur, le poisson semble plus proche de la surface qu'il n'est en réalité et il risque de rentrer bredouille.

2. À nouveau le poisson semble plus proche de la surface, on a un effet loupe.
Si on fait l'hypothèse des angles faibles ($\frac{\alpha}{2} \ll 1$ radian à vérifier après calcul), on a $\overline{HO'} = \frac{\overline{HO}}{n}$ et $\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{O'A'}}{\overline{O'K}} \simeq \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\overline{BA}}{\overline{O'H}+\overline{HK}}$.
L'application numérique donne $\alpha \simeq 13°$ ce qui confirme à posteriori l'hypothèse des angles faibles.