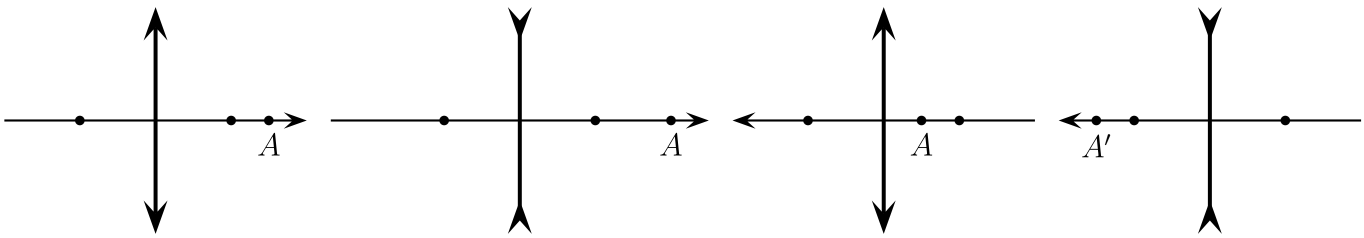
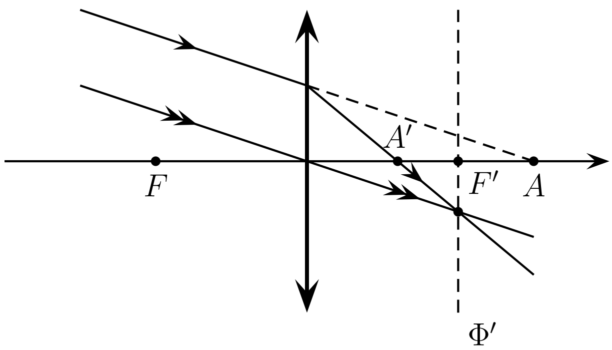
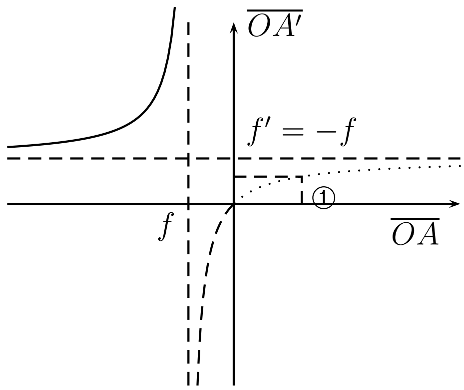
TRAVAUX DIRIGÉS DE O_3

Exercice 1 : Constructions graphiques
Pour chacune des figures, déterminer la position de l'objet A ou de son image A' par la lentille mince. Les points situés sur l'axe optique sont les foyers de la lentille.
L'axe optique est orienté dans la direction de la lumière incidente.
On pourra vérifier la cohérence du tracé par utilisation des hyperboles de conjugaison.



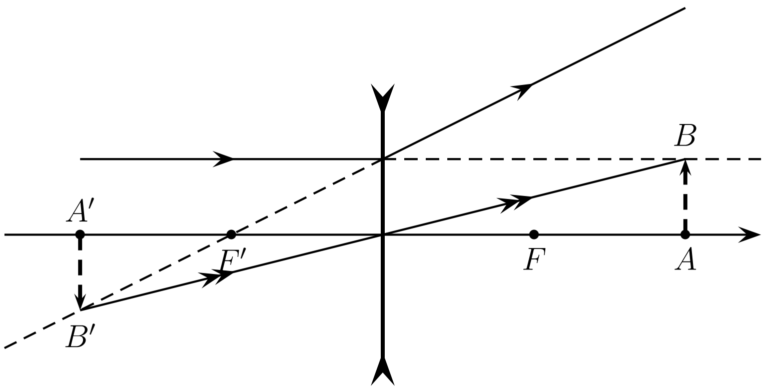
Construction 1 : comme A est sur l'axe optique, plusieurs techniques peuvent être utilisées : tracé d'un rayon qui passe ou passerait par A ou A' ou utilisation d'un point B ou B' "déporté".

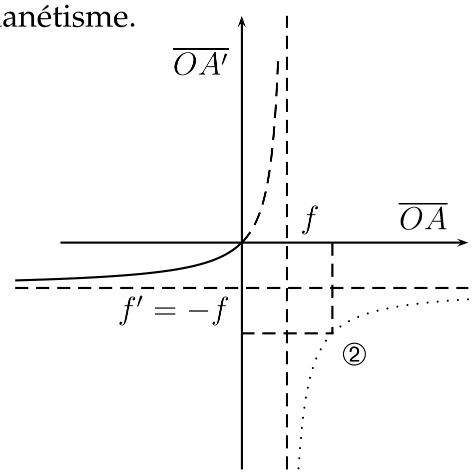




A est un objet virtuel. Comme il est sur l'axe optique Δ, A' y est aussi. On trace un rayon qui passerait par A si la lentille n'existait pas puis on utilise un rayon parallèle au précédent et la méthode du foyer secondaire pour tracer la suite du rayon. Son intersection avec Δ indique A'. L'image est ici réelle (située après la face de sortie).
L'utilisation de l'hyperbole de conjugaison confirme le tracé (point ①).

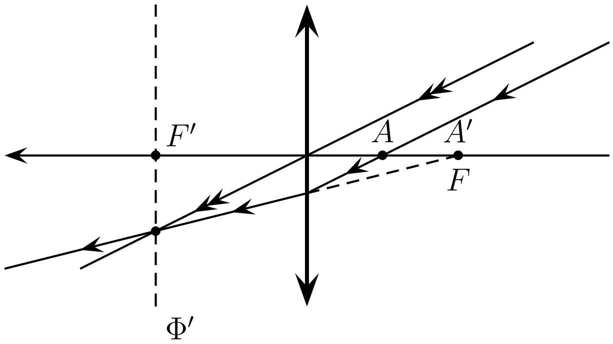
Construction 2 : on peut utiliser un objet AB placé orthogonalement à l'axe optique Δ. On cherche l'image B' de B et on en déduit la positon de A' par aplanétisme.

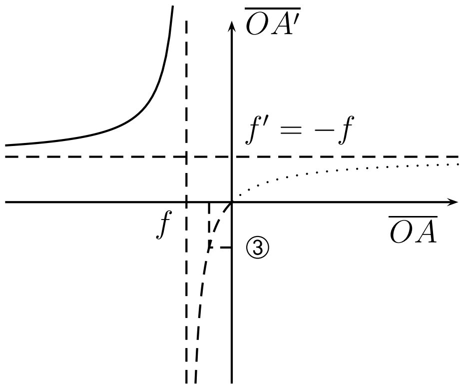




A' est virtuelle.

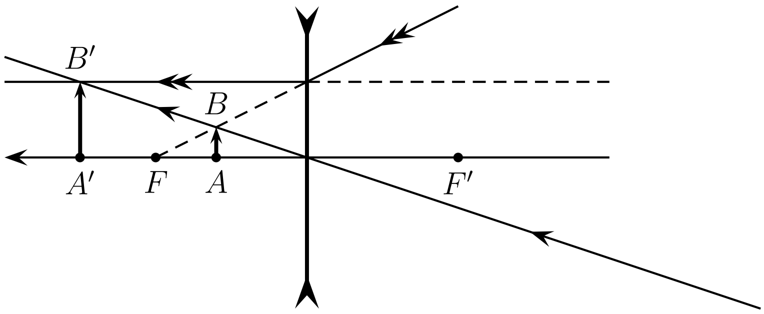
Construction 3 : attention, la lumière incidente vient de droite à gauche, il faut donc en tenir compte quand on place les foyers de la lentille.

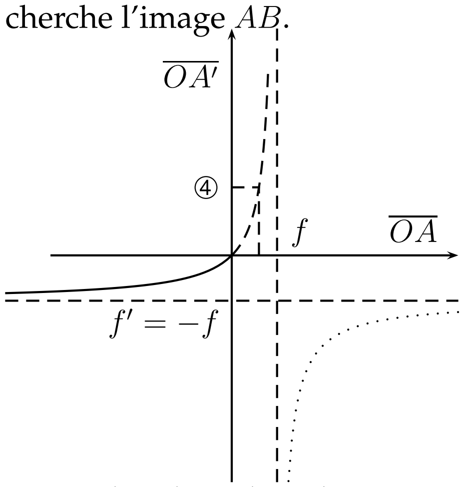




A' est virtuelle et si on est dans le cas particulier où $\overline{OA} = -\frac{f'}{2}$ comme sur la figure, on a alors $A' = F$.

Construction 4 : on peut utiliser l'image étendue $A'B'$ dont on cherche l'image AB.





On trace donc des rayons qui passent par B' en sortie de la lentille. B est l'endroit d'où il viennent (ou semblent venir).
Cette fois A est virtuel.

Exercice 2 : Position et nature de l'image : lentilles minces sphériques.

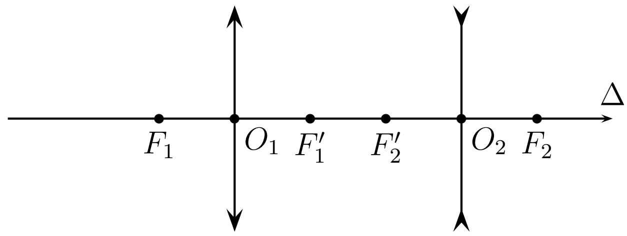
1. Déterminer la position et la nature de l'image $A'B'$ d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique (A sur l'axe optique) par une lentille convergente.
   On considérera quatre cas selon la position de l'objet.
2. Même question pour une lentille divergente : quatre cas.

Polycopié donné en annexe.

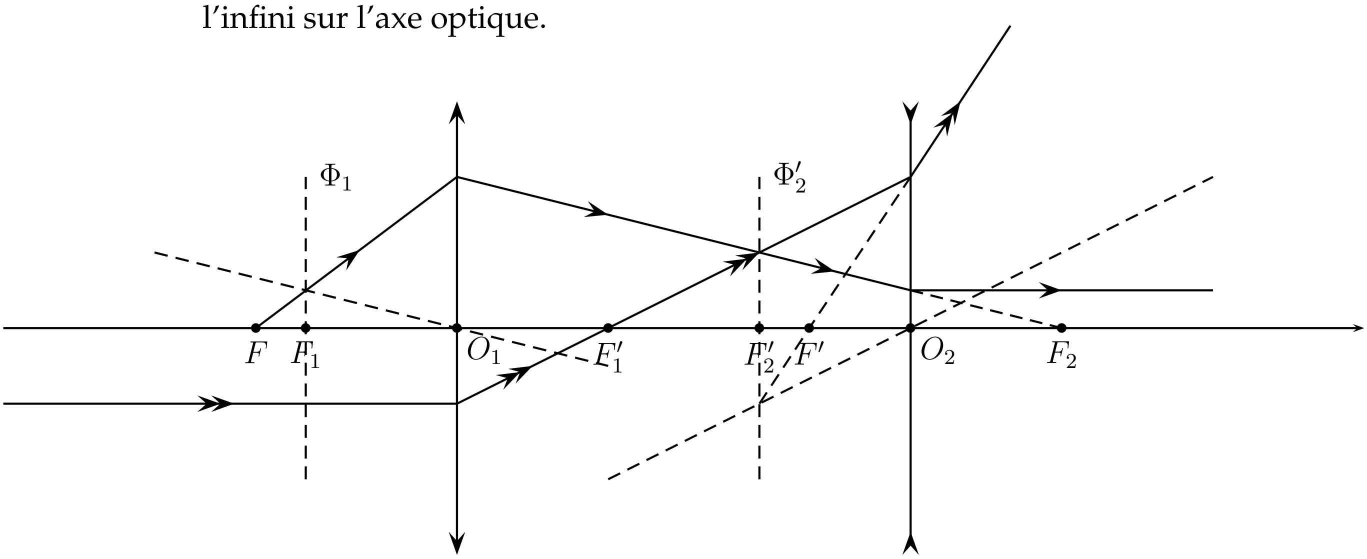
Exercice 3 : Construction géométrique du foyer d'un doublet.
✍ On considère le système de deux lentilles minces (doublet) représenté ci-dessous.

On prendra $\overline{O_1F'_1} = \overline{F'_1F'_2} = \overline{O_2F_2} = 1$ cm.

1. Construire le foyer principal objet puis le foyer principal image du système.
2. Retrouver le résultat par le calcul.



1. Par définition, le foyer principal objet est le point de l'axe optique Δ dont l'image est à l'infini sur l'axe optique.



   On part d'un rayon sortant du système parallèlement à l'axe optique et on "remonte" son parcours le long du système pour voir de quel point de l'axe optique il provient ou semble provenir.

   De même, le foyer principal image est l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe optique. On tracera le devenir d'un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique. Son intersection avec Δ est F'.

2. On peut retrouver ces résultats par le calcul en utilisant les relations de conjugaison.

   Pour le foyer principal objet, $F - (L_1) \to A_1 = F_2 - (L_2) \to A'_\infty \in \Delta$. En effet, pour que limage finale soit à l'infini, il faut que l'image de F par (L_1) soit confondue avec le foyer principal objet de (L_2).

   On n'a donc qu'une seule relation de conjugaison à utiliser, $F - (L_1) \to A_1 = F_2$ donne $\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1F} = \frac{f'_1.\overline{O_1F_2}}{f'_1-\overline{O_1F_2}} = \frac{1\times4}{1-4} = -1{,}33$ cm.

   De même, pour le foyer principal image, $A_\infty \in \Delta - (L_1) \to F'_1 - (L_2) \to F'$ et $\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2F'} = \frac{f'_2.\overline{O_2F'_1}}{f'_2+\overline{O_2F'_1}} = \frac{(-1)\times(-2)}{-1-2} = -0{,}67$ cm.

Exercice 4 : Élargissement d'un faisceau.

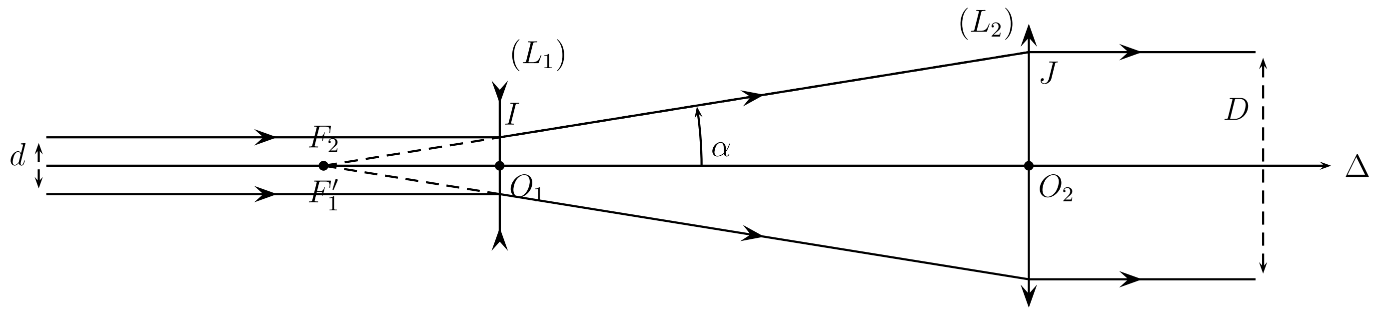
Un faisceau lumineux quasi parallèle de diamètre $d = 2$ mm est émis d'une source Laser. On désire multiplier son diamètre par 10 tout en maintenant le faisceau cylindrique.

1. L'élargisseur utilise une lentille mince divergente (L_1) et une lentille mince convergente (L_2) de distance focale $f'_2 = 50$ mm.

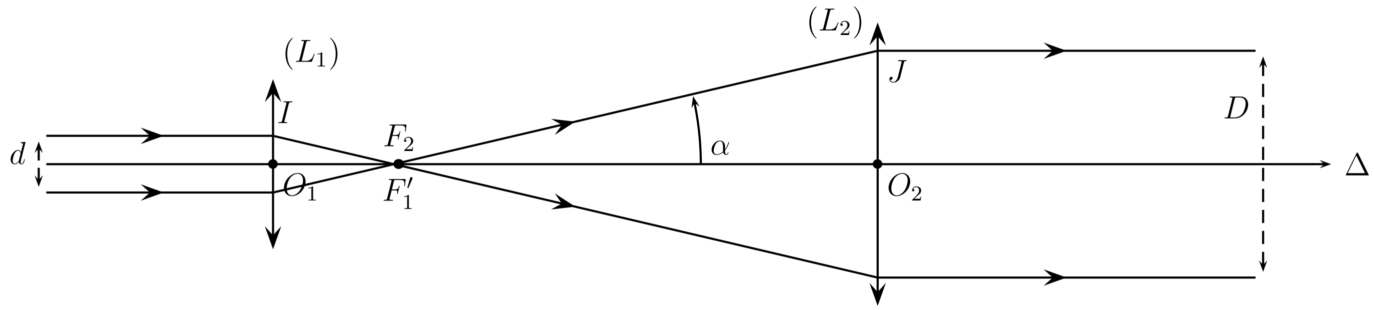
   Faire un schéma et en déduire f'_1. Quelle est la distance $\overline{O_1O_2}$ qui sépare les deux lentilles ?

2. Cette fois, les deux lentilles sont convergentes et on a toujours $f'_2 = 50$ mm. Reprendre les questions précédentes.

1. Pour que le faisceau sortant reste constitué de rayons parallèles à l'axe optique δ, il faut que le système soit afocal, c'est à dire $A_\infty - (L_1) \to A_1 = F_1' = F_2 - (L_2) \to A'_\infty$.
   Il faut donc que $F_1' = F_2$.
   On peut maintenant réaliser la figure, même si pour l'instant la distance $\overline{O_1O_2}$ est inconnue.



   Reste à utiliser ensuite des relations trigonométriques (ou le théorème de Thalès). Dans les triangles rectangles $F_1'O_1I$ et F_2O_2J, $\tan\alpha = \frac{d/2}{f_1} = \frac{D/2}{f_2'} \Rightarrow f_1' = -f_1 = -\frac{d}{D}f_2' = -5$ mm.
   Par ailleurs, sur la figure on lit $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = f_1' + \overline{F_2O_2} = f_1' + f_2' = 45$ mm.
2. On prend maintenant deux lentilles convergentes. Le système doit rester afocal, on conserve donc $F_1' = F_2$ et on obtient la figure suivante :



   On a à nouveau dans les triangles rectangles $F_1'O_1I$ et F_2O_2J, $\tan\alpha = \frac{d/2}{f_1'} = \frac{D/2}{f_2'} \Rightarrow f_1' = \frac{d}{D}f_2' = 5$ mm.
   Et cette fois $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_2} = f_1' + \overline{F_2O_2} = f_1' + f_2' = 55$ mm.

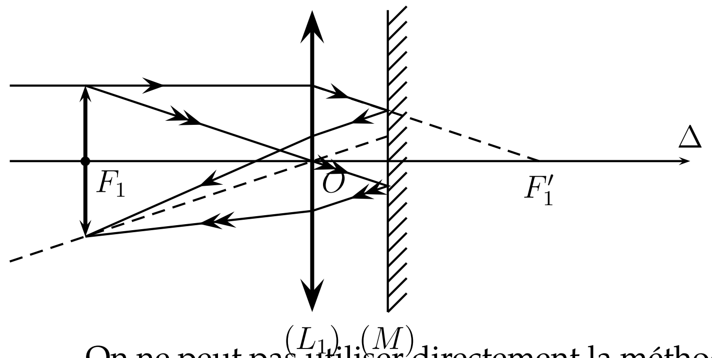
1. $f_1' = -5$ mm et $\overline{O_1O_2} = 45$ mm. 2. $f_1' = 5$ mm et $\overline{O_1O_2} = 55$ mm.

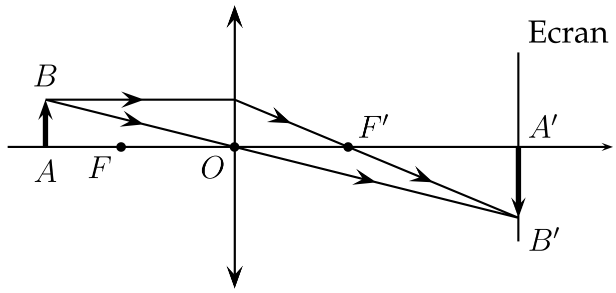
Exercice 5 : Focométrie.
La focométrie est la recherche de la distance focale d'un système optique : lentilles minces sphériques.

1. Détermination rapide. Montrer, à l'aide de constructions graphiques qu'il est possible de différentier une lentille convergente d'une lentille divergente en regardant un objet suffisamment près : $|\overline{AO}| < |f|$.
2. Méthode d'auto-collimation. On déplace un objet AB face à une lentille accolée ou non à un miroir plan jusqu'à ce que l'image $A'B'$ de AB se forme dans le plan de l'objet. Montrer que cette méthode permet de déterminer la distance focale de la lentille : on tracera l'image de AB si A en F. Peut-on directement utiliser cette méthode avec une lentille divergente ?
3. Méthode de BESSEL Un objet AB et un écran (E) sont maintenus fixes et distants de D. Entre l'objet et l'écran, on déplace une lentille convergente de distance focale f' image à déterminer.
   Montrer que si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille distantes de d pour lesquelles il y a une image nette de l'objet sur l'écran. Exprimer f' en fonction de d et D.

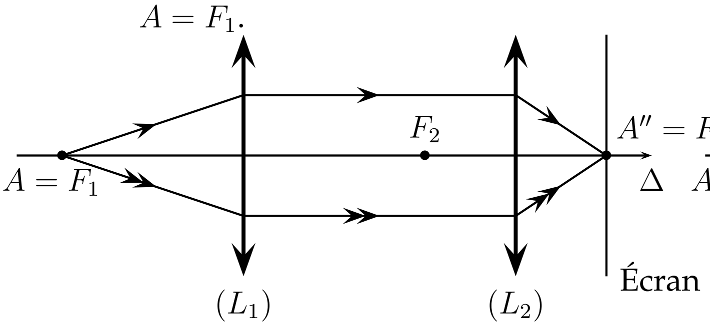
4. Méthode de BADAL. On utilise deux lentilles convergentes (L_1) et (L_2) distantes de $\overline{O_1O_2} > f_2'$. Faire une figure.
   Un objet ponctuel A est placé en F_1 (par auto collimation) et a pour image A''. Déterminer la position de A''.
   On intercale une lentille divergente (L_3) dont on veut mesurer la distance focale telle que $O_3 = F_2$ Faire une figure et déterminer une méthode de mesure de f_3'.

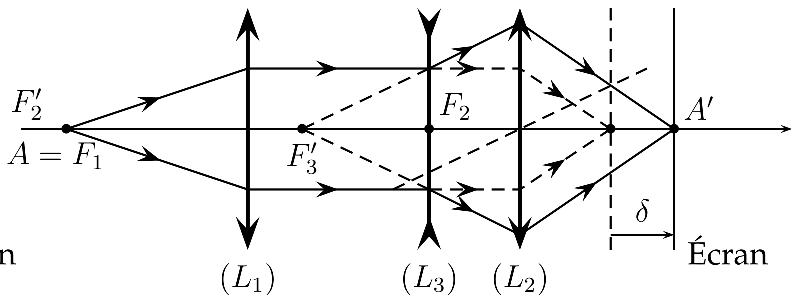
1. En se reportant au polycopié donné en annexe du TD ou en observant les hyperboles de conjugaison, on s'aperçoit qu'on observe l'objet plus grand si la lentille est convergente (effet loupe) et plus petit si elle est divergente.
2. Méthode d'auto-collimation : tracé ci-dessous à gauche.





   On ne peut pas utiliser directement la méthode précédente avec une lentille divergente car son foyer principal image est virtuel et ne peut donc pas être projeté.
3. Méthode de BESSEL.
   On commence par tracer une figure sur laquelle on représente l'objet (réel), la lentille et l'écran sur lequel se forme l'image réelle (plus haut à droite).
   En posant ensuite $x = \overline{AO}$ et $D = \overline{AA'}$ soit $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = -x + D$, la relation de conjugaison de Descartes va prendre la forme $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{1}{x} - \frac{1}{D-x} = \frac{1}{f'}$
   Ce qui donne $-\frac{D-x+x}{x(D-x)} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -Df' = xD - x^2$ et on aboutit à une équation du second degré en x sous la forme $x^2 - Dx + Df' = 0$.
   On calcule le discriminant $\Delta = D^2 - 4Df'$. L'équation comporte 2 solutions réelles si $\Delta > 0$, c'est à dire si $D > 4f'$. On a alors les deux solution suivantes : $x_1 = \frac{1}{2}(D - \sqrt{D^2 - 4Df'})$ et $x_2 = \frac{1}{2}(D + \sqrt{D^2 - 4Df'})$ qui correspondent à deux postions O_1 et O_2 possibles pour la lentille et pour lesquelles $A'B'$ est nette à l'écran (image réelle inversée agrandie si L proche de AB et plus petite si L est plus proche de l'écran).
   La distance entre ces deux postions est $d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = -x_1 + x_2 = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D^2 - 4Df'} \Rightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.
4. Méthode de BADAL.
   Pour le moment, on utilise que deux lentilles convergentes : (L_1) et (L_2) et on a imposé $A = F_1$.





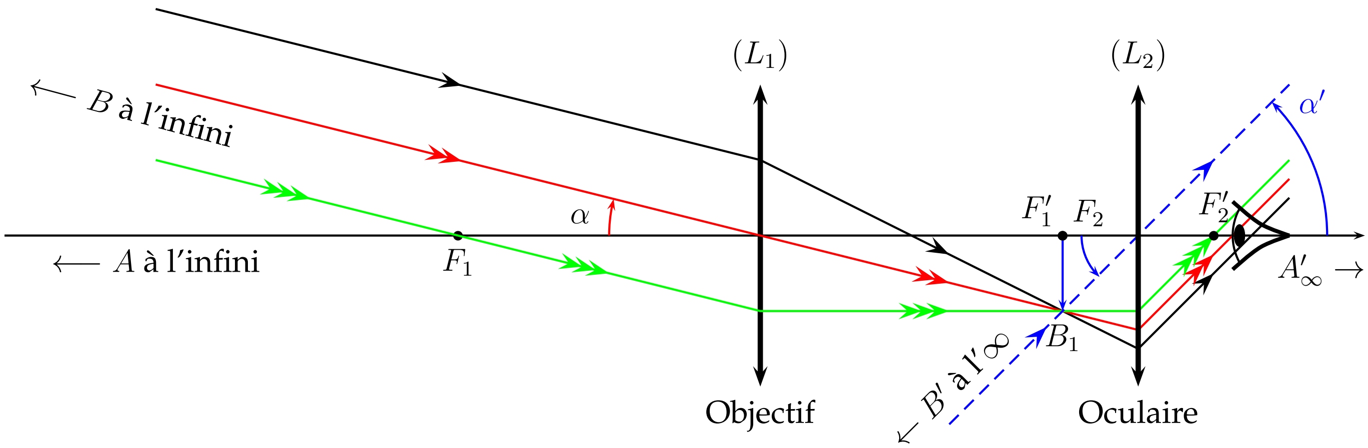
On cherche l'image de A par le système { $(L_1)+(L_2)$ }.
Nul besoin d'utiliser une relation de conjugaison : $A = F_1 - (L_1) \to A_1$ à l'∞ $-(L_2) \to F_2' = A''$.
On intercale, en F_2, une lentille divergente L_3 de distance focale inconnue (figure de droite).
Si on retrouve alors une image nette A' en déplaçant l'écran d'une distance δ, c'est que A' l'image de F_3' par L_2 est sur l'écran. En utilisant la relation de conjugaison de Newton, on a

$$\overline{F_2F_3'}.\overline{F_2'A'} = -f_2'^2 \Rightarrow f_3' = -\frac{f_2'^2}{\delta}$$

Exercice 6 : Lunette astronomique de Meudon.
La lunette astronomique de Meudon, en France, est schématisée par l'association de deux lentilles minces convergentes, l'une, l'objectif (L_1) de focale $f_1' = 16$ m et l'autre, l'oculaire (L_2) de distance focale $f_2' = 4$ cm. Le diamètre de l'objectif est $D = 80$ cm.

1. Faire un schéma de la lunette quand elle est réglée à l'infini. Dessiner la marche d'un faisceau lumineux issu d'un objet situé à l'infini mais pas sur l'axe optique, les rayons arrivent alors sur l'objectif en faisant un angle α avec l'axe optique.
2. Calculer la valeur du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est l'angle que font les rayons avec l'axe optique en sortie du système.
3. Situer le cercle oculaire (image de l'objectif à travers (L_2)) et calculer son diamètre d.
4. On observe une étoile dont la diamètre angulaire apparent est $0{,}02$ ″. Montrer que cette étoile apparaît ponctuelle pour un observateur qui regarde dans la lunette, la résolution angulaire de l'œil est d'environs 1,5′ Quel est alors l'intérêt ?

1. Si la lunette est réglée à l'infini, c'est un système afocal et $AB_\infty - (L_1) \to A_1B_1 - (L_2) \to A'B'_\infty$.
L'image intermédiaire A_1B_1 est alors à la fois dans le plan focal image de (L_1) et dans le plan focal objet de (L_2).



Pour dessiner correctement le faisceau issu de AB à travers le système optique, on a tout intérêt à utiliser l'image intermédiaire A_1B_1. Le rayon qui passerait par B_1 et O_2 donne l'angle α'.

2. En utilisant à nouveau l'image intermédiaire A_1B_1, on fait apparaître les triangles rectangles $O_1F_1'B_1$ et $F_2O_2B_1$ de coté F_2B_1 commun. Dans ces triangles, on écrit $\alpha \simeq \tan\alpha = -\frac{\overline{B_1F_1'}}{\overline{O_1F_1'}}$ ($\alpha < 0$ sur la figure) et $\alpha' \simeq \tan\alpha' = \frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}}$.

On en déduit $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}} \times \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{B_1F_1'}} = -\frac{f_1'}{f_2'} = -\frac{16}{4.10^{-2}} = -400$.

Remarque : si on n'oriente pas les angles, on peut obtenir $+400$ mais le signe $-$ permet de monter que l'image finale ($A'B'$ vue par l'œil) sera inversée.

3. Par définition, $(L_1) - (L_2) \to \mathcal{C}$: cercle oculaire.

   Vu la distance O_1O_2 par rapport à la distance focale de l'oculaire, le cercle oculaire, image de (L_1) par (L_2) est dans le plan focal image de (L_2) : on a $\overline{O_2C} = f_2' = 4$ cm.

   En utilisant la formule du grandissement, $|\gamma_2| = \left|\frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}}\right| = \frac{d}{D} \Rightarrow d = \frac{f_2'}{f_1'+f_2'}D \simeq 2$ mm ce qui correspond environ à l'ouverture maximale de l'iris de l'œil. On aura donc intérêt à le placer au niveau du cercle oculaire pour récolter un maximum de lumière.

4. À travers la lunette, grâce au grossissement, on verra l'étoile double sous un diamètre angulaire $\alpha' = G.\alpha = 8''$ ce qui reste largement inférieur à la limite de résolution de l'œil et ce dernier ne pourra pas séparer les deux étoiles. Par contre, l'intérêt de la lunette est de collecter beaucoup de lumière : toute la lumière arrivant sur l'objectif ($D = 80$ cm) est concentrée au niveau du cercle oculaire.

Exercice 7 : Lunette de Galilée.

La lunette de Galilée est formée d'une lentille objectif ((L_1) : O_1, $f_1' = 20$ cm) et d'une lentille oculaire divergente ((L) : O, $f' < 0$). Le foyer objet F de (L) coïncide avec le foyer image F_1' de (L_1). La longueur $l = O_1O$ vaut 15 cm.

1. Pour l'instant, on pointe un objet AB de 2 cm à 30 cm devant l'objectif (utilisation en viseur).

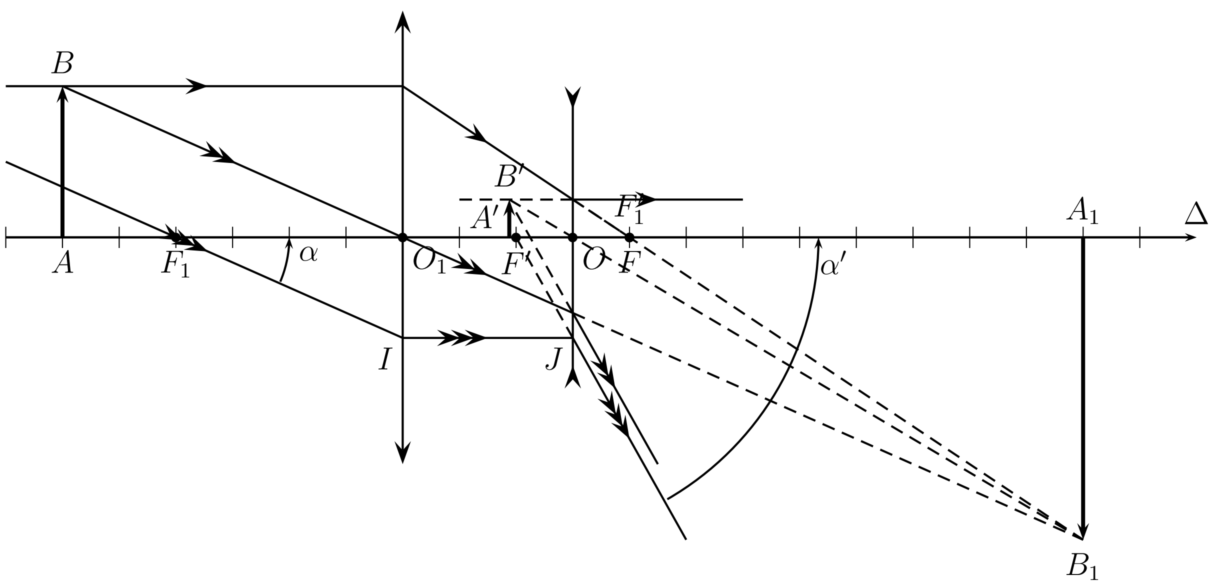
   (a) Construite l'image $A'B'$ de AB. Est-elle réelle ou virtuelle ?

   (b) Calculer $p' = \overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$ (valeurs numériques).

   (c) Le grandissement de l'ensemble dépend-il de la position de AB ? On tracera un rayon issu de B et arrivant sur le système parallèlement à l'axe optique.

2. Cet appareil est destiné à voir des objets éloignés. En appelant α le diamètre angulaire apparent d'un objet à l'infini et α' celui de son image, calculer le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de cette lunette.

1. On commence par représenter le système :



En utilisant la notion d'image intermédiaire, on trace A_1B_1 telle que $AB - (L_1) \rightarrow A_1B_1 - (L_2) \rightarrow A'B'$ l'image finale $A'B'$.
Pour que F soit confondu avec F_1' comme le stipule l'énoncé, il faut que $\overline{OF'} = -5$ cm.
On remarque que cette dernière est virtuelle.

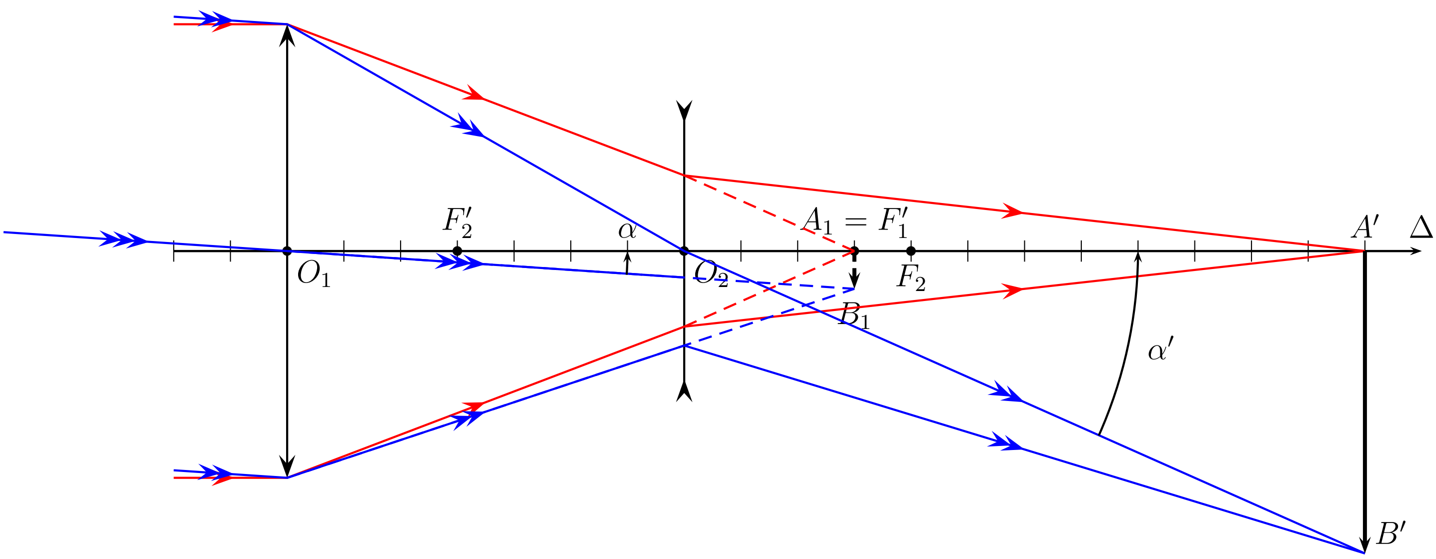
2. Pour déterminer $p' = \overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$, il faut passer par les relations de conjugaison :
$AB - (L_1) \rightarrow A_1B_1 \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}.f_1'}{\overline{O_1A}+f_1'} = \frac{-30.20}{-10} = 60$ cm.
Puis $A_1B_1 - (L) \rightarrow A'B' \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = p = \frac{\overline{OA_1}.f'}{\overline{OA_1}+f'} = \frac{45.(-5)}{45-5} \simeq -5{,}6$ cm.
En utilisant les formules du grandissement, $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_1}} \times \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = -\frac{60}{30} \times \frac{-5{,}6}{45} = 0{,}25$ d'où $\overline{A'B'} = 0{,}5$ cm : image droite et quatre fois plus petite.
3. Comme le système est afocal, le grandissement de l'ensemble $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 0{,}25$ ne dépend pas de la position de AB (voir rayon partant de B et parallèle à l'axe optique).
4. On peut travailler sur le rayon passant par F_1, I puis J pour définir α et α'.
Dans l'approximation de Gauss, $\tan\alpha = \frac{\overline{IO_1}}{\overline{F_1O_1}} \simeq \alpha$ et $\tan\alpha' = \frac{\overline{JO}}{\overline{F'O}} \simeq \alpha'$ d'où

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{JO}}{\overline{F'O}}.\frac{\overline{F_1O_1}}{\overline{IO_1}} = \frac{f_1'}{f'} = 4$$

Exercice 8 : Appareil photographique.

✍ 1. L'objectif d'un appareil photographique est assimilable à une lentille mince convergente (L_1) de 10 cm de distance focale. On photographie une tour de 50 m de haut située à 1 km.
   (a) À quelle distance de l'objectif se situe l'image A_1B_1 obtenue ?
   (b) Quelle est la taille de cette image ?
2. On associe à cet objectif une lentille mince divergente (L_2) de distance focale -4 cm. La pellicule est située à 12 cm de (L_2) jusqu'à obtention, sur la pellicule, d'une image finale $A'B'$ nette.
   (a) Quelle est alors la distance $\overline{O_1O_2}$ entre (L_1) et (L_2) ?
   (b) Quelle est la taille de l'image dans ce cas ?
   (c) Quel est l'intérêt de (L_2) ?
   (d) Sur un schéma à l'échelle 1/1, positionner les lentilles (L_1) et (L_2), les images A_1B_1 et $A'B'$ en utilisant les valeurs numériques précédentes. Mettre en évidence sur ce schéma α, l'angle apparent sous lequel on voit l'objet depuis le centre optique de (L_1).
   (e) Sur le même schéma, tracer la marche, à travers (L_1) et (L_2), d'un faisceau lumineux incident couvrant toute la lentille (L_1) dans les deux cas suivants :
   — faisceau parallèle de même direction que l'axe optique du système.
   — faisceau parallèle, incliné selon l'angle apparent α.
3. On reprend l'appareil photographique de la question 1.
   (a) Quelle devrait être la distance focale d'une lentille convergente unique qui donnerait de la même tour, une image de même taille que celle donnée par le système $((L_1),(L_2))$ précédent ?
   (b) Pourquoi utilise-t-on la solution de la question 2. plutôt que celle de la question 3. pour fabriquer les appareils photographiques ?

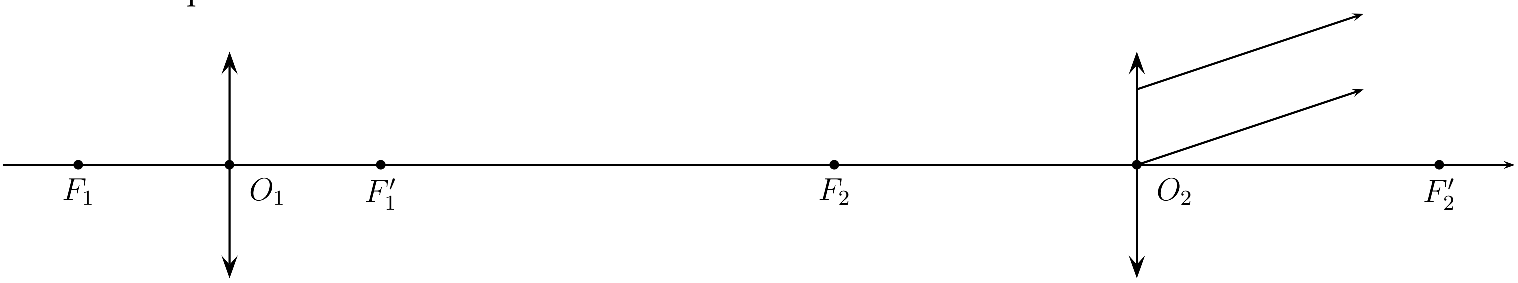
1. Étude de l'objectif.
   (a) Étant donné que la distance objet – lentille ($\overline{AO_1} = 1$ km) est très supérieure à la distance focale $f_1' = 10$ cm de la lentille, l'image intermédiaire A_1B_1 se trouve dans le plan focal image de (L_1). On a alors $\overline{O_1A_1} = f_1' = 10$ cm.
   (b) Par utilisation de le formule du grandissement de la lentille (L_1), $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \Rightarrow \overline{A_1B_1} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{0_1A}}.\overline{AB} = \frac{10.10^{-2}}{-10.10^4}.50 = -5.10^{-3}$ m soit une image intermédiaire de hauteur 5 mm et inversée.
2. Ajout de la lentille divergente (L_2).
   (a) On a maintenant $AB - (L_1) \to A_1B_1 - (L_2) \to A'B'$ avec $\overline{O_2B'} = 12$ cm et $f_2' = -4$ cm. On connaît la position de A_1B_1 et celle de $A'B'$, on va donc utiliser la relation de conjugaison de L_2 pour déterminer sa position. $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \overline{O_2A_1} = \frac{f_2'.\overline{O_2A'}}{f_2' - \overline{O_2A'}} = \frac{-4.12}{-4-12} = 3$ cm. On en déduit ensuite $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2} = 10 - 3 = 7$ cm.
   (b) En utilisant à nouveau la formule du grandissement, $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}.\overline{A_1B_1} = \frac{12}{3}.(-0{,}5) = -2$ cm.
   (c) On voit que (L_2) permet d'obtenir une image finale quatre fois plus grande.
   (d) Figure :



   Pour placer α on utilise le fait que les rayons issus de B et qui arrivent sur (L_1) en faisant l'angle α avec Δ passerait en B_1 (l'image de B par (L_1)) si (L_2) n'existait pas.
   (e) On complète le tracé :
   — le faisceau parallèle à Δ converge vers A_1 puis A'.
   — le faisceau parallèle et incliné selon α converge vers B_1 puis B'.
3. Retour à l'appareil photo à une lentille : (L_1). On a cette fois $AB - (L_1) \to A'B'$.
   (a) Comme l'objet reste situé très loin, son image $A'B'$ par (L_1) reste dans le plan focal image, c'est à dire $\overline{O_1A'} = f_1'$. D'après la formule du grandissement, $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{f_1'}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow f_1' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.\overline{O_1A} = \frac{4.10^{-2}}{50}.(-10^3) = 0{,}4$ m soit une distance focale de 40 cm.
   (b) On préfère donc ajouter une lentille convergente comme décrit lors de la question 2. pour limiter l'encombrement des appareils photographiques.

Exercice 9 : Étude d'un microscope.
Un microscope peut être modélisé par deux lentilles convergentes (L_1) et (L_2) alignées sur le même axe optique, entourées d'air.
(L_1) modélise l'objectif et a une distance focale image $f_1' = 2$ mm. (L_2) modélise l'oculaire et a une distance focale image $f_2' = 30$ mm. La distance $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ entre le foyer image de (L_1) et le foyer objet de (L_2) vaut 160 mm, c'est l'intervalle optique du microscope.
La distance minimale de vision de l'œil est $d_m = 25$ cm (Cf. TP – cours) : c'est le ponctum proximum, la distance au dessous de laquelle l'œil n'arrive plus a accommoder : l'image n'est plus nette.
Par contre, l'œil normal voit net un objet situé à l'infini et cela sans accommoder.
On observe, à travers le microscope, un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique avec A et l'œil sur l'axe optique.

1. Rappeler la formule de conjugaison de Newton pour une lentille mince sphérique.
2. Où doit être placé A pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder ? Faire l'application numérique.
3. Les deux rayons sortant de la lentille (L_2) sur le dessin ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) sont issus de B. Dessiner leur trajet à travers le microscope et trouver ainsi graphiquement la position de AB.



4. Expression du grossissement :
   (a) Sous quel angle maximal θ_0 un œil normal voit-il AB sans le microscope ? (on prendra $\tan\theta_0 \simeq \theta_0$).
   (b) Sous quel angle θ l'œil voit-il AB à travers le microscope ? (on prendra $\tan\theta \simeq \theta$).
   (c) On définit le grossissement par $G = \frac{\theta}{\theta_0}$. Calculer G en fonction de Δ, d_m, f_1' et f_2'. Faire l'application numérique.
5. Le cercle oculaire de centre C est l'image de la monture de (L_1) à travers (L_2).
   (a) Que vaut $\overline{CF_2'}$.
   (b) Quel est le diamètre D' du cercle oculaire sachant que le diamètre de la monture de (L_1) est $D = 11$ mm ?
6. Comme la rétine est discontinue, granulaire, l'œil ne peut pas distinguer deux rayons lumineux l'un de l'autre s'ils font entre eux un angle inférieur à $\varepsilon = 1{,}5$ minute d'arc. Quelle est la taille du plus petit objet AB que l'on pourra distinguer ? On donnera son expression en fonction de Δ, ε, f_1' et f_2'. Faire l'application numérique.

1. Formules de conjugaison et de grandissement de Newton pour une lentille mince sphérique : si A' est le conjugué de A par une lentille de distance focale image f'.

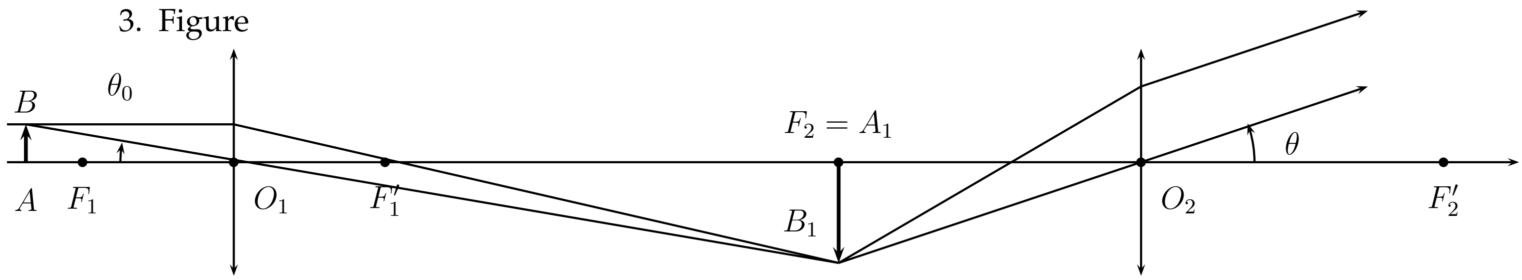
$$\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2 = -\overline{OF'}^2 \qquad \gamma = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

Remarque : γ se retrouve rapidement à l'aide d'une figure.

2. Pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder, il faut que l'image A_1B_1 de AB soit dans le plan focal objet de L_2 donc que $A_1 = F_2$ et en appliquant la relation précédente à L_1 avec F_2 le conjugué de A par L_1 :

$$\overline{F_1A}.\overline{F_1'F_2} = -{f_1'}^2 \iff \overline{F_1A} = -\frac{{f_1'}^2}{\overline{F_1F_2}} = -\frac{{f_1'}^2}{\Delta} = -\frac{4}{160} \simeq -0{,}025 \text{ mm } (A \simeq F_1.)$$

3. Figure



4. (a) Un œil normal voit AB sous un angle maximum s'il est à la distance minimale c'est à dire à d_m et $\tan\theta_0 = \frac{\overline{AB}}{d_m} \simeq \theta_0$

   (b) À travers le microscope, on voit les rayons sortir sous un angle

$$\theta \simeq \tan\theta = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'} \text{ , or } \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F_1'A_1}}{\overline{OF_1'}} = -\frac{\Delta}{f_1'} \text{ et } \theta = \frac{\Delta\overline{AB}}{f_2'f_1'} \Rightarrow G = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{d_m\Delta}{f_1'f_2'} \simeq 667$$

5. Cercle oculaire.

   (a) Par application de la formule de Newton au couple $(O_1{,}C)$, conjugués par L_2 :

$$\overline{F_2O_1}.\overline{F_2'C} = -{f_2'}^2 \iff \overline{F_2'C} = \frac{-{f_2'}^2}{\overline{F_2F_1'} + \overline{F_1'O_1}} = \frac{-{f_2'}^2}{-\Delta - f_1'} \iff \overline{CF_2'} \simeq -5{,}56 \text{ mm}$$

   (b) Le cercle oculaire étant le conjugué de L_1 par L_2, on peut utiliser la formule du grandissement :

$$\frac{D'}{D} = |\gamma| = |-\frac{\overline{F_2'C}}{\overline{OF_2'}}| = \frac{f_2'}{\Delta + f_1'} \iff D' = \frac{f_2'}{\Delta + f_1'}D \simeq 2{,}04 \text{ mm}$$

   (c) Grandissement du microscope. En notant $A'B'$ l'image de A_1B_1 par L_2, on peut écrire,

$$\gamma_T = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}.\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\Delta}{f_1'}.\frac{f_2'}{\Delta + f_1'} = -\frac{\Delta f_2'}{f_1'(f_1' + \Delta)} \simeq 14{,}8$$

6. Le microscope permet d'augmenter l'angle que font deux rayons proches. On pourra distinguer l'objet AB à travers le microscope si l'angle

$$|\theta| = |G|.|\theta_0| > \varepsilon \iff \frac{\Delta\overline{AB}}{f_2'f_1'} > \varepsilon \iff AB > \frac{\varepsilon f_1'f_2'}{\Delta} \simeq 0{,}16\ \mu\text{m}$$

On obtient AB inférieur à la longueur d'onde de la lumière visible (0,4 à 0,8 μm) mais on est plus dans le domaine de l'optique géométrique et c'est la diffraction de la lumière à travers L_1 qui limitera la résolution du microscope.