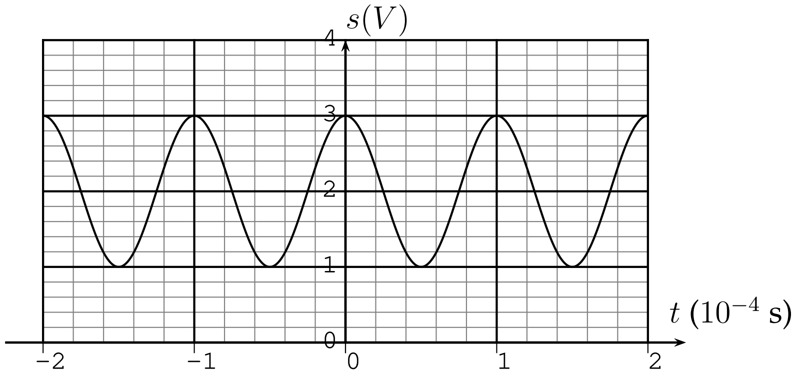
TRAVAUX DIRIGÉS DE On_1

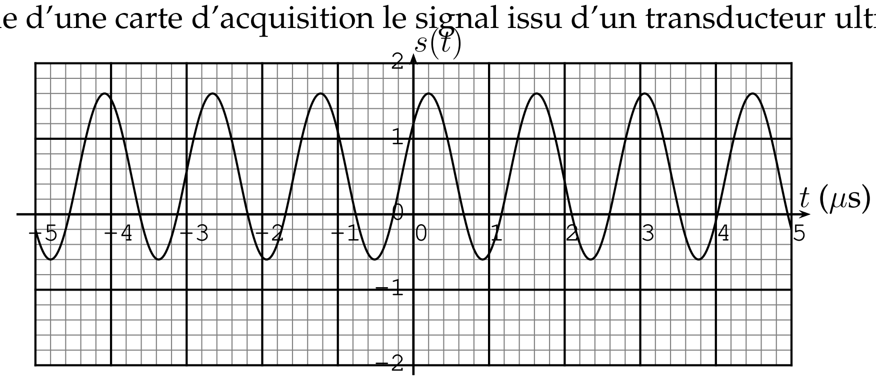
Exercice 1 : Etude d'un signal sinusoïdal de valeur moyenne non nulle
Soit un signal électrique qui s'écrit sous la forme : $s(t) = S_0 + S_m \cos(\omega t)$ avec $\omega = 6{,}28.10^4$ rad.s^{-1}.

1. Le signal est-il périodique ? Si oui, préciser sa période et sa fréquence.
2. Représenter le signal pour $S_0 = 2$ V et $S_m = 1$ V.
3. Calculer la valeur moyenne. Quel type d'appareil permet de la mesurer ?
4. On utilise un voltmètre alternatif qui effectue une mesure RMS. Quelle grandeur mesure-t-il ? Quelle est la valeur obtenue ?

1. Le signal reprend les mêmes valeurs à des instants séparés d'une durée multiple de T tel que $\omega T = 2\pi$ soit $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
   A.N. $T = \frac{2\pi}{6{,}28.10^4} = 0{,}1$ ms.
   A.N. $f = 1/0{,}0001 = 10^4$ Hz.
2. 

3. $S_{moy} = S_0$. Un voltmètre continu permet de mesurer cette valeur (mode DC).
4. Un voltmètre alternatif (mode AC pour Alternative Current) qui effectue un mesure RMS mesure la valeur efficace du signal.
   $s^2(t) = S_0^2 + 2.S_0.S_m.\cos(\omega t) + S_m^2 \cos^2(\omega t)$
   $< s^2(t) >= S_0^2 + \frac{S_m^2}{2}$
   La valeur efficace est donc : $S_{eff} = \sqrt{< s^2(t) >} = \sqrt{S_0^2 + \frac{S_m^2}{2}}$
   A.N : $S_{eff} = 2{,}12$ V.

Exercice 2 : Lecture graphique
On récupère à l'aide d'une carte d'acquisition le signal issu d'un transducteur ultra-sonore.



1. Quelle grandeur physique est effectivement mesurée par la carte d'acquisition ? À quelle grandeur physique souhaite-t-on accéder à l'aide de cette mesure ? En déduire une unité probable pour le signal (l'unité doit toujours être affichée, elle est ici exceptionnellement masquée pour ne pas donner d'indications)

2. Lire graphiquement les propriétés du signal. Donner l'expression de $s(t)$
3. Représenter le spectre du signal.
4. Calculer la valeur efficace du signal.

1. On mesure une tension, qui correspond à une surpression haute fréquence (ultrason). Unité plausible : le volt (en fait un peu grand, il doit y avoir un ampli avant la carte).
2. Amplitude crête-à-crête : $1{,}6 - 0{,}6 = 2{,}2$ V. Amplitude : $a = 1{,}1$ V. Valeur moyenne : $m = 0{,}5$ V. Période : on prend plusieurs périodes pour avoir la plus grande précision possible : $(4{,}15 - (-4{,}4))/6 = 1{,}43$ μs donc $f = 0{,}70$ MHz. Phase à l'origine : sinus est maximum en $\pi/2$ donc $2\pi f t + \varphi = \pi/2$ en t=0,2 s donc $\varphi = 0.69$ rad $s = m + a\cos(2\pi f t + \varphi)$
3. 2 pic : un en $f = 0$ pour la composante continue (hauteur 0,5) et un en $f = 0{,}7$ MHz pour la composante continue (hauteur 1,1)
4. Question un peu plus calculatoire : $s^2 = m^2 + 2ma\cos + a^2\cos^2 \Rightarrow \langle s^2 \rangle = \langle m^2 \rangle + \langle 2ma\cos \rangle + \langle a^2\cos^2 \rangle = m^2 + 0 + a^2/2 \Rightarrow S_{eff} = \sqrt{m^2 + \frac{a^2}{2}} = 0{,}92$ V

Exercice 3 : Valeur moyenne et valeur efficace
On considère deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$. On appelle $S(t)$ le signal $s_1(t) + s_2(t)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies (justifier la réponse par un raisonnement ou un contre-exemple) ?

1. On a toujours $\langle S \rangle = \langle s_1 \rangle + \langle s_2 \rangle$
2. On a toujours $\langle 2s_1 \rangle = 2\langle s_1 \rangle$
3. On a toujours $S_{eff} = s_{1,eff} + s_{2,eff}$

1. Vrai, par linéarité de l'intégrale
2. Vrai par linéarité de l'intégrale
3. Faux, contre exemple : $s_1 = \cos\omega t$ et $s_2 = -\cos\omega t$

Exercice 4 : Valeur efficace d'un signal triangulaire
Si $s(t)$ est un signal triangulaire, de valeur moyenne nulle et d'amplitude S_m, que vaut la valeur efficace de $s(t)$?

Prennons un signal passant par 0 en $t = 0$, il atteint alors sa valeur maximale S_m en $T/4$ avec T la période, repasse par 0 en $T/2$, puis $-S_m$ en $3T/4$ et enfin 0 en T. Mathématiquement $s(t) = S_m \times 4t/T$ pour $0 \leqslant t \leqslant T/4$. Graphiquement et par symétrie, l'aire sous la courbe de $s^2(t)$ est la même entre 0 et $T/4$ qu'entre $T/4$ et $T/2$ qu'entre $T/2$ et $3T/4$ etc.... Il suffit donc de faire le calcul de la valeur moyenne entre 0 et $T/4$
$s_{\text{eff}}^2 = \langle s(t)^2 \rangle = \frac{4}{T}\int_0^{T/4} S_m^2 \times 16\frac{t^2}{T^2}\,\mathrm{d}t = \frac{4}{T} \times S_m^2 \times \frac{16}{T^2}\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{T/4} = \frac{4}{T} \times S_m^2 \times \frac{16}{T^2}\frac{1}{3}\frac{T^3}{16\times 4} = \frac{S_m^2}{3}$
On a donc $s_{\text{eff}} = \frac{S_m}{\sqrt{3}}$

Exercice 5 : Énergie et décomposition spectrale
Soit un signal $s(t)$ admettant une décomposition en série de fourrier de la forme $s(t) = s_0 + s_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + s_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + s_3\cos(\omega_3 t + \varphi_3) + \ldots$ où les ω_i sont tous différents deux à deux. On donne la formule de linéarisation du produit de deux cosinus : $\cos a\cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.

1. Déterminez la valeur efficace de $s(t)$ en fonction de $s_0, s_1, s_2, \ldots$.

2. Expliquez la phrase suivante : "l'énergie d'un signal est égal à la somme des énergies des différents cosinus composant ce signal".

1. $s_{\text{eff}}^2 = \langle s(t)^2 \rangle = \langle s_0^2 + s_1^2 \cos^2(\omega_1 t + \varphi_1) + s_2^2 \cos^2(\omega_2 1t + \varphi_2) + \dots$
$+2s_0 s_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + 2s_0 s_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$
$+2s_1 s_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + 2s_1 s_3 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)\cos(\omega_3 t + \varphi_3) + \dots \rangle$

   Dans cette très grande somme, il y a 2 types de termes (ou 3 si on ne considère que s_0 est un cas particulier de cosinus à $\omega = 0$) : les carrés et les doubles produits. Par linéarité de l'intégrale, la valeur moyenne des sommes est la somme des valeurs moyennes. Nous avons vu dans le cours que la valeur moyenne pour un cosinus carré est $1/2$.

   Il reste à traiter le cas des doubles produits : $\cos(\omega_i t + \varphi_i)\cos(\omega_j t + \varphi_j)$ avec $i \neq j$ (et éventuellement $\omega_i = 0$ pour s_0). On utilise la formule qui nous est donnée : $\cos(\omega_i t + \varphi_i)\cos(\omega_j t + \varphi_j) = \frac{1}{2}(\cos((\omega_i + \omega_j)t + \varphi_i + \varphi_j)\cos((\omega_j - \omega_i)t + \varphi_j - \varphi_j))$

   Puisque les ω_k sont positifs et qu'un seul est nul, alors $\omega_i + \omega_j \neq 0$). Puisqu'ils sont différents deux à deux, $\omega_j - \omega_i \neq 0$. On en déduit que $\left\langle \frac{1}{2}(\cos((\omega_i + \omega_j)t + \varphi_i + \varphi_j)) \right\rangle = 0 = \left\langle \frac{1}{2}(\cos((\omega_i + \omega_j)t + \varphi_i + \varphi_j)\cos((\omega_j - \omega_i)t + \varphi_j - \varphi_j)) \right\rangle$ (la valeur moyenne d'un cosinus de pulstation non nulle est nulle). Ainsi tous les termes venant des doubles produits donnent une valeur moyenne nulle.

$$s_{\text{eff}}^2 = s_0^2 + \frac{1}{2}\left(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \dots\right) + 0$$

2. La valeur efficace est une grandeur dont le carré est proportionnelle à l'énergie d'un signal (le facteur de proportionnalité dépendant de la grandeur considérée). Ainsi la phrase proposée par l'énoncé peut se traduire de façon équivalente en remplaçant "énergie" par "valeur efficace au carré".
   Or on observe avec le résultat de la question précédente que $s_{\text{eff}}^2 = s_0^2 + \frac{1}{2}\left(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \dots\right) = s_{0,\text{eff}}^2 + s_{1,\text{eff}}^2 + s_{2,\text{eff}}^2 + \dots$, où $s_{i,\text{eff}}$ est la valeur qu'aurait un signal ne contenant que la i$^{\text{e}}$ composante fréquentielle de notre signal de départ. On a donc bien le résultat suivant : "l'énergie d'un signal est égal à la somme des énergies des différents cosinus composant ce signal".

Exercice 6 : Signal et spectre
On considère un signal créneau entre d'amplitude $2{,}5$ V et de valeur moyenne 3 V.

1. Représenter le signal.
   On admet qu'un tel signal peut s'écrire sous la forme

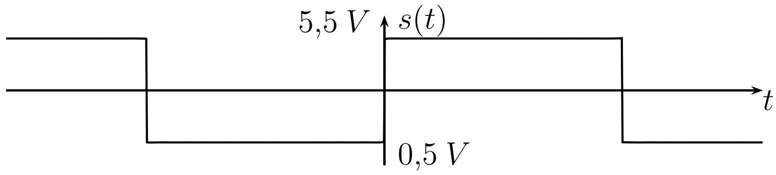
$$c_0 + c_1 \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \sin(2\pi(2k+1)f_0 t)$$

   où f_0 est la fréquence du signal créneau.
2. Représenter l'allure du spectre de ce signal.
3. Un capteur fonctionne généralement sur une bande de fréquence réduite appelée bande passante. Est-ce un problème ? Si oui, est-ce plus gênant dans le cas d'un signal créneau ou d'un signal triangle ?

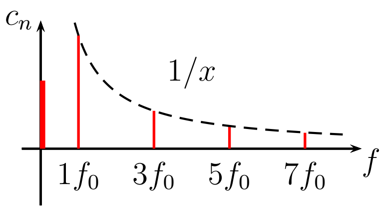
4. On considère cette fois un signal dont le spectre est : $c_n = \frac{1}{n}$ et pour lequel $\varphi_n = +\frac{\pi}{2} + n\pi$

$$s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(2\pi \times n \times f_0 + \varphi_n).$$

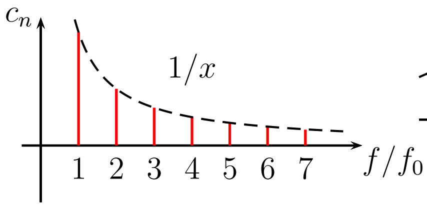
Représenter le spectre puis donner l'expression du signal $s(t)$, tracez le à la calculatrice ou à l'ordinateur (vous pouvez prendre une valeur arbitraire pour f_0 et ne faire la somme que sur une dizaine de termes).

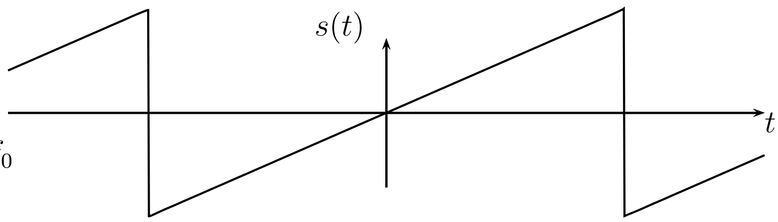
1. 

2. $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \sin(2\pi(2k+1)f_0 t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2k+1} \cos(2\pi(2k+1)f_0 t - \frac{\pi}{2})$ donc on peut lire directement les coefficient de Fourrier, coef pair : 0 coef impairs : $\frac{1}{k}$ (avec k impair).



3. Oui c'est un problème : si on ne prend pas toutes les fréquences, le signal n'est pas le même et est donc déformé par rapport à celui que l'on voulait acquérir. C'est plus gênant dans le cas du créneau parce que les harmoniques décroissent moins vite.
4. $\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i} \cos(2\pi i\, f\, t)$





Exercice 7 : Ondes progressives

1. On étudie une onde d'équation

$$s(z,t) = 75 \sin\left(\frac{\pi t}{50} - \frac{\pi z}{10}\right)$$

où s s'exprime en cm, t en s et z en m.

(a) Donner l'amplitude, la période, la fréquence, la pulsation, le vecteur d'onde (norme direction et sens), et la longueur d'onde de l'onde.

(b) Dans quelle direction et dans quel sens se propage-t-elle ? Quelle est sa célérité ?

2. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x positifs avec la célérité c.

$$\text{En } x = 0, \text{ on a } s(0,t) = S_0 \cos\frac{2\pi t}{T}$$

Donner l'expression de $s(x,t)$ et tracer l'allure du signal temporel perçu en $x = \frac{\lambda}{4}$.

3. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction des x négatifs avec la célérité c.

$$\text{À } t = 0\text{, on a } \; s(x,0) = S_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

Donner l'expression de $s(x,t)$ et tracer l'allure des variations spatiales du signal à $t = \frac{T}{4}$.

1. On reconnait l'équation d'une onde sinusoïdale progressive qu'on peut aussi écrire sous la forme

$$s(z,t) = s(0,t - \frac{z}{c}) = S_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi\right] = S_m \cos(\omega t - kz + \varphi) = 75 \sin\left(\frac{\pi t}{50} - \frac{\pi z}{10}\right)$$

avec $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ et la phase à l'origine $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ car $\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \sin \alpha$.

(a) Par identification, on en déduit

- l'amplitude $S_m = 75$ cm,
- la pulsation $\omega = \frac{\pi}{50} \simeq 6{,}23.10^{-2}$ rad.s^{-1},
- la fréquence f telle que $\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{50} \Rightarrow f = 10^{-2}$ Hz,
- la période T telle que $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{50} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 100$ s,
- le vecteur d'onde a pour norme $k = \frac{\pi}{10} \simeq 0{,}31$ m^{-1}, directionOz, sens $+\vec{u}_z$ et
- la longueur d'onde λ telle que $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 20$ m.

(b) Comme l'onde est une fonction de la variable $t - \frac{z}{c}$, elle se propage dans le sens des z croissants à la célérité $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{20}{100} \simeq 0{,}2$ m.s^{-1}.

2. Si l'onde est sinusoïdale et se propage dans la direction des x croissants avec la célérité c, on peut l'écrire sous la forme

$$s(x,t) = S_m \cos(\omega t - kx + \varphi) = S_m \cos(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi)$$

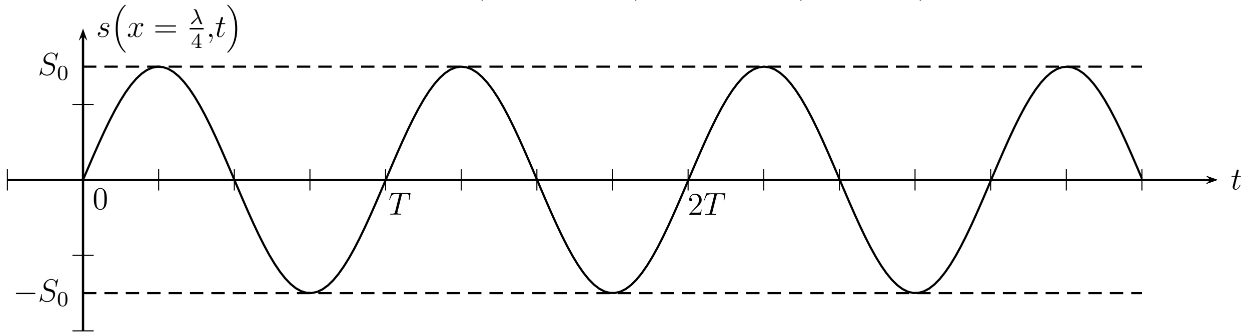
Comme en $x = 0$, on a $s(0,t) = S_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ on en déduit

$$S_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi \times 0}{\lambda} + \varphi\right) = S_0 \cos \frac{2\pi t}{T} \Rightarrow S_m = S_0 \text{ et } \; \varphi = 0$$

$$\Rightarrow s(x,t) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

En $x = \frac{\lambda}{4}$, en reportant dans l'expression précédente,

$$s\Big(x = \frac{\lambda}{4},t\Big) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi\lambda}{4\lambda}\right) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2}\right) = S_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$$



3. De la même façon, si l'onde est sinusoïdale et se propage dans la direction des x négatifs avec la célérité c, on peut l'écrire sous la forme

$$s(x,t) = S_m\cos(\omega t + kx + \varphi) = S_m\cos(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi)$$

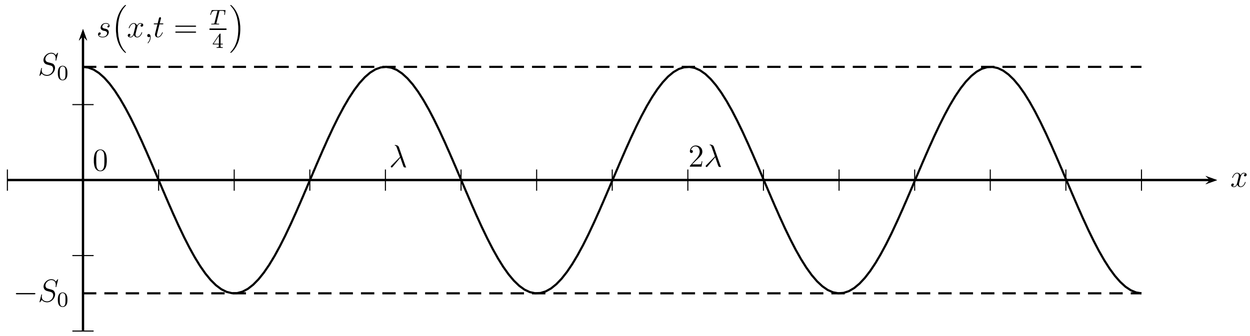
Comme à $t = 0$, on a $s(x,0) = S_0 \sin\frac{2\pi x}{\lambda}$ on en déduit

$$S_m\cos\left(\frac{2\pi\times 0}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right) = S_0\sin\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow S_m = S_0 \text{ et } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow s(x,t) = S_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right) = S_0\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

A $t = \frac{T}{4}$, en reportant dans l'expression précédente,

$$s\Big(x,t = \frac{T}{4}\Big) = S_0\sin\left(\frac{2\pi T}{4T} + \frac{2\pi x}{4\lambda}\right) = S_0\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = S_0\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$$



Exercice 8 : Ondes progressives sinusoïdales

1. Donner la période, la fréquence, la pulsation, la longueur d'onde et le vecteur d'onde de l'onde :
$$s(x,t) = 5\sin(2{,}4.10^3\pi t - 7{,}0\pi x + 0{,}7\pi)$$
où x et t sont exprimés respectivement en mètres et en secondes.
Quel est le sens et la vitesse de propagation de cette onde ?
2. Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens des x croissants à la célérité c
   (a) L'expression du signal de l'onde au point d'abscisse x_1 est $s_1(x_1,t) = A\cos(\omega t)$.
   En déduire l'expression de $s_1(x,t)$. Représenter $s_1(x,0)$ en fonction de x.
   (b) On donne $s_2(0,t) = A\sin(\omega t)$.
   Déterminer l'expression de $s_2(x,t)$. Représenter graphiquement $s_2(\frac{\lambda}{4},t)$ et $s_2(\frac{\lambda}{2},t)$ en fonction de t.

1. On reconnait l'équation d'une onde sinusoïdale progressive qu'on peut aussi écrire sous la forme

$$s(x,t) = S_m\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right] = S_m\cos(\omega t - kx + \varphi) = 5\sin(2{,}4.10^3\pi t - 7{,}0\pi x + 0{,}7\pi)$$

Par identification, on en déduit

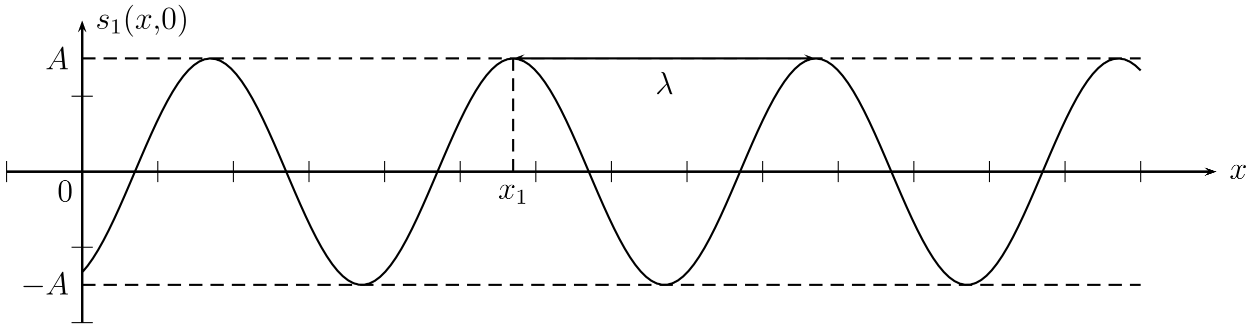
- la pulsation $\omega = 2{,}4.10^3\pi \simeq 7{,}5.10^3$ rad.s^{-1}, la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1{,}2.10^3$ Hz et enfin la période $T = \frac{1}{f} \simeq 8{,}3.10^{-4}$ s.
- le nombre d'onde $k = 7{,}0\pi \simeq 22$ m^{-1} et $\lambda = \frac{2\pi}{k} \simeq 0{,}29$ m.

Il s'agit d'une onde progressive dans le sens des x croissants, sa célérité est $c = \frac{\lambda}{T} \simeq 348$ m.s^{-1}, il peut s'agir d'une onde sonore.

2. (a) L'onde est sinusoïdale et se propage dans la direction des x croissants avec la célérité c, ainsi,

$$s_1(x,t) = s_1(x_1,t - \frac{x - x_1}{c}) = A\cos(\omega t - kx + kx_1) \qquad \text{avec } k = \frac{\omega}{c}$$

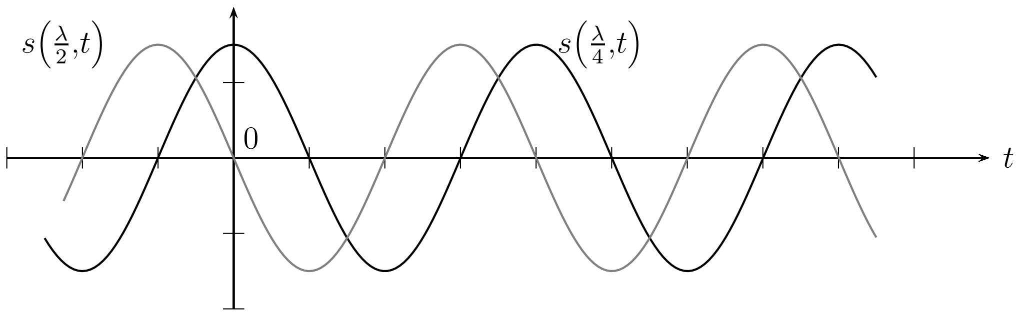
On représente l'allure de $s_1(x,0)$, la photographie à l'instant initiale, en utilisant le fait que la courbe sinusoïdale doit passer par un maximum en $x = x_1$ à l'instant initial $t = 0$ puisque $s(x_1,t) = A.\cos\omega t$.



(b) L'onde est sinusoïdale et se propage dans la direction des x croissants avec la célérité c donc

$$s_2(x,t) = s_2(0,t - \frac{x}{c}) = A\sin(\omega t - kx) = A\sin(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

On en déduit puis on trace $s_2(\frac{\lambda}{4},t) = A\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = A\cos\omega t$ en "quadrature avance" sur $s_2(0,t)$ et $s_2(\frac{\lambda}{2},t) = A\sin(\omega t - \pi) = -A\sin\omega t$ en "opposition de phase" sur $s_2(0,t)$.



Exercice 9 : Ondes électromagnétiques

Les antennes qui émettent des ondes électromagnétiques dans l'espace, ou qui les reçoivent, doivent avoir une longueur de l'ordre de la longueur d'onde λ des ondes émises. On choisit généralement un sous-multiple comme $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{\lambda}{8}$ ...

1. Pour transmettre la radio, on pourrait envisager d'émettre des signaux électromagnétiques ayant les mêmes fréquences que les sons audibles (audiofréquences), entre 20 Hz et 20 kHz. Calculer les longueurs d'onde dans l'air de telles ondes électromagnétiques. Conclure.

   On donne la célérité de la lumière dans le vide $c = 3{,}00.10^8$ m.s^{-1} et on considèrera qu'elle est identique dans l'air.

2. On transforme alors ces signaux par un procédé appelé "modulation de fréquence" (FM), qui leur donne des fréquences beaucoup plus élevées, entre 87 MHz et 108 MHz. Calculer les longueurs d'onde dans l'air des ondes de radio FM, et en déduire l'ordre de grandeur de la taille des antennes nécessaires.

1. L'énoncé nous donne la célérité c des ondes électromagnétiques, les fréquences et on doit calculer la dimension des antennes "quart-onde" $d_{\frac{1}{4}} = \frac{\lambda}{4}$ et "huitième-d'onde" $d_{\frac{1}{8}} = \frac{\lambda}{8}$.
   Il nous suffit donc d'appliquer la relation
   $$c = \lambda.f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow d_{\frac{1}{4}} = \frac{c}{4f} \text{ et } d_{\frac{1}{8}} = \frac{c}{8f}$$
   On peut résumer les réponses dans ce tableau

fréquence (Hz)	λ (m)	$d_{1/4}$ (m)	$d_{1/8}$ (m)
20	15.10^6	$3{,}75.10^6$	$1{,}87.10^6$
20.10^3	15.10^3	$3{,}75.10^3$	$1{,}87.10^3$

   Il faudrait des antenne dont les dimensions seraient de l'ordre du km, voire de plusieurs milliers de km ! ! Il est donc impossible de transmette directement les sons audibles de cette manière.
2. On reprend les applications numériques précédentes :

fréquence (Hz)	λ (m)	$d_{1/4}$ (cm)	$d_{1/8}$ (cm)
87.10^6	3,45	86	43
108.10^6	2,78	69	35

   En utilisant la "modulation de fréquence" (FM) on diminue très largement la dimension des antennes pour se ramener à quelques dizaines de cm.

Exercice 10 : Effet Doppler
L'idée de l'exercice est de démontrer une formule pour l'effet doppler. Il est donc bien entendu « interdit » d'utiliser directement une formule toute faite !
Un émetteur se déplace à une vitesse constante $\vec{v}$ et émet une onde sonore qui se déplace avec une célérité c. Un récepteur est immobile.

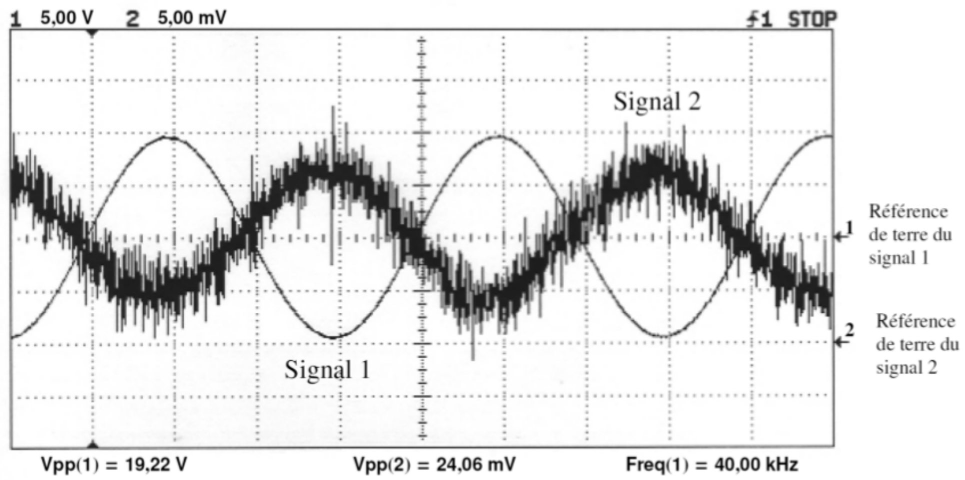
1. En imaginant que l'émetteur émet un bib à intervalle régulier, quel est l'intervalle entre deux bibs reçus par le récepteur immobile ?
2. Si l'on considère cette fois que le signal émis est un signal sinusoïdal à 440 Hz par un camion de pompier, quelle est la fréquence reçue lorsque le camion de déplace à $70\,\mathrm{km/h}$? Ce résultat dépend-il du sens dans lequel le camion se déplace ? ($c = 340\,\mathrm{m/s}$)
3. Que se passe-t'il si $v > c$?
4. Justifier que si c'est l'émetteur qui est immobile et le récepteur qui se déplace, la situation est la même. En déduire que si un conducteur conduit suffisamment vite, il peut percevoir un feu vert alors que le feu est au rouge. Quelle vitesse est nécessaire en supposant que l'on peut négliger les effets relativistes ?

1. entre deux bibs espacés d'un temps T pour l'émetteur, le véhicule parcourt vT, pour le récepteur, le deuxième bib va donc arriver avec un retard vT/c par rapport au cas où le véhicule est immobile : si on appelle T' la période de réception, alors $T' = vT/c + T$

2. On a $T' = T(1+\frac{v}{c}) \Rightarrow f' = \frac{f}{(1+\frac{v}{c})}$ A.N. si le camion s'éloigne $f' = 416$ Hz, s'il se rapproche $f' = 467$ Hz permet à l'oreille de dire si un camion s'approche ou s'éloigne
3. Pas de problème pour l'éloignement du camion, la fréquence continue de diminuer, mais par contre de l'autre coté, on se déplace plus vite que la perturbation que l'on émet : mur du son.
4. On peut échanger les rôles : correspond à un changement de référentiel. $f = c/\lambda$: donc $3{,}75 \times 10^{14}$ Hz pour le rouge (800 nm) et environ $5{,}45 \times 10^{14}$ Hz pour le vert (550 nm). On a donc $f'/f = \frac{1}{(1+\frac{v}{c})}$ d'où $v = (f/f' - 1)c \simeq -9 \times 10^{7}$ m/s : grosse amende pour excès de vitesse (les effets relativiste ne sont a priori pas négligeable)

Exercice 11 : Télémétrie Cet exercice nécessite un petit peu d'autonomie pour introduire des grandeurs et éventuellement utiliser des ordres de grandeurs que vous connaissez.

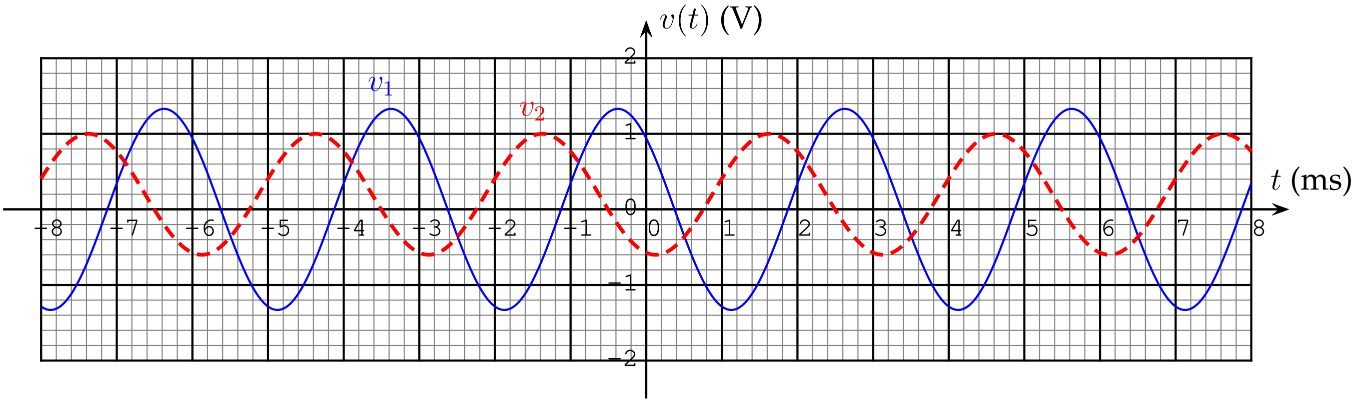
Un émetteur à ultrasons émet une onde sinusoïdale (signal 1), qui est envoyée sur un obstacle. Un capteur à ultrasons est positionné à coté de l'émetteur et on visualise à l'oscilloscope le signal reçu (signal 2).



Déterminer la distance entre l'émetteur et l'obstacle, sachant que les signaux se sont retrouvés 50 fois en phase durant l'éloignement de l'obstacle qui était initialement positionné tout contre l'émetteur.

50 fois en phase et là ils sont en oppposition de phase, donc $50{,}5$ longueurs d'onde parcourues par l'onde. Or elle parcourt deux fois le chemin à cause de la réflexion donc $d = 25{,}25\lambda = 25{,}25\frac{c}{f} = 25{,}25 \times \frac{340}{40\times 10^{3}} = 21$ cm en supposant que la vitesse du son est 340 m/s. (la fréquence est donnée par l'oscilloscope).

Exercice 12 : Mesure d'un déphasage à l'oscilloscope
✍ À l'aide d'un oscilloscope, on acquiert les signaux suivants :



Mesurez graphiquement

1. L'amplitude, la valeur moyenne, la période et la fréquence de chaque signal. Ces signaux sont-ils synchrones ?
2. v_2 est-il en avance ou en retard par rapport à v_1 ? Quel est le décalage temporel ? En déduire la phase de v_2 par rapport à v_1.
3. Quelle est la phase à l'origine de chacun de ces deux signaux ?

1. pour v_1 : le signal monte est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, il est donc de valeur moyenne nulle. On lit graphiquement $V_{1,max} \simeq 1{,}3$ V donc l'amplitude est 1,3 V (ne pas oublier l'unité). Pour la période, on remarque que le signal coupe $v = 1$ V en descendant à -6,-3,0,3... ms. La période est donc 3,0 ms (attention à l'unité) et la fréquence de $3{,}3.10^2$ Hz (attention au nombre de chiffres significatifs).

   pour v_2, $V_{max} = 1$ V et $V_{min} = -0{,}6$ V. Le signal étant sinusoÏdal, on peut faire simplement la valeur moyenne de ces deux valeurs pour avoir la valeur moyenne du signal et il n'est pas nécessaire de calculer l'intégrale, d'où $v_{offset} = 0{,}2$ V et l'amplitude est $V_{pp}/2 = 0{,}8$ V. La fréquence et la période sont les mêmes (par exemple coupe $v = 0{,}8$ V en descendant toutes les 3 s).

   La fréquence étant la même, les signaux sont synchrones.
2. v_2 atteint son maximum avant v_1, il est donc en avance. Pour le décalage temporel, il vaut mieux regarder le moment où le signal coupe sa valeur moyenne plutôt que le maximum pour les incertitudes. Par exemple en -1,1 ms pour v_1 et en -2,1 ms pour v_2 (attention $\langle v_2 \rangle \neq 0$, on a donc un décalage de 1 ms. Par une règle de trois, on a donc $|\phi_{2/1}| \simeq \frac{2\pi}{3} \simeq 120°$ (2 chiffres significatifs même si l'écriture laisse ici un doute sur le 3e)

   Il reste à trouver LE SIGNE du déphasage : ici, on est en avance donc le déphasage est positif (regarder par exemple $\cos(x)$ et $\cos(x+0{,}1)$, $\cos(x+0.1)$ atteint son maximum lorsque $x + 0{,}1 = 0$ donc $x = -0{,}1$, il est donc en avance et son déphasage est positif)

   $\phi_{2/1} = + \simeq \frac{2\pi}{3}$
3. On considère un signal de la forme $a * sin(2\pi ft + \phi_1$. On voir que le sinus est décalé de 1,1 ms vers la gauche, donc un déphasage de $\frac{2\pi}{3} * 1{,}1 = 2{,}3$ rad (la valeur exacte est en fait $2{,}356 = 3\pi/4$: notre mesure est plutôt bonne). Pour l'autre, il suffit de faire la somme : 4,4 ou -1,9.