TRAVAUX DIRIGÉS DE T_5

Exercice 1 : Machine frigorifique

Un réfrigérateur est constitué essentiellement d'un fluide soumis à une série de cycles thermodynamiques. À chaque cycle le fluide extrait de l'intérieur de l'enceinte un transfert thermique Q_2 et échange avec l'extérieur un transfert thermique Q_1 et un travail W.

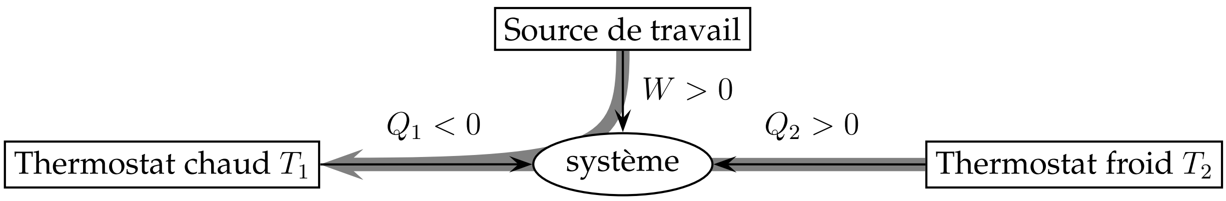
On admettra que l'intérieur du réfrigérateur et l'extérieur constituent deux thermostats aux températures respectives $T_2 = 268$ K et $T_1 = 293$ K et qu'en dehors des échanges avec ces thermostats les transformations sont adiabatiques.

1. Quel est le signe de Q_1, W puis Q_2 ?
2. Définir et calculer l'efficacité théorique maximale e de cette machine. Pour quel type de cycle ce rapport est-il maximal ? Calculer cette valeur maximale.
3. Peut-on refroidir, à long terme, une cuisine en laissant la porte du réfrigérateur ouverte ?

On étudie ici un réfrigérateur ditherme.

1. Comme le montre la représentation tracée ci-dessous, le but d'une telle machine est de "pomper" un transfert thermique à la source froide (l'enceinte à réfrigérer) d'où $Q_2 > 0$ en la transférant à la source chaude (l'air extérieur ambiant) d'où $Q_1 < 0$.

   Ce type de transfert, non spontané, nécessite un apport de travail de l'extérieur d'où $W > 0$.



2. L'efficacité de cette machine (efficacité frigorifique) est par définition :

$$e_F = \left|\frac{\text{énergie à optimiser}}{\text{énergie coûteuse}}\right| \Rightarrow e_F = \frac{Q_2}{W} > 0$$

   Elle est maximale si le fluide décrit le cycle de Carnot réversible (orienté ici dans le sens trigonométrique dans le diagramme de Watt car $W > 0$) constitué de deux transformations isothermes (au contact des sources aux températures T_1 et T_2) et deux adiabatiques (une compression de T_2 à T_1 et une détente de T_1 à T_2).

   Par application du premier principe

$$\Delta U_{\text{Cycle}} = U_f - U_f = W + Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow W = -Q_1 - Q_2$$

   et d'après le second principe,

$$\Delta S_{\text{Cycle}} = S_f - S_f = 0 = S_e + S_c = S_e = \int_{\text{cycle}} \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow 0 = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{T_1}{T_2}$$

   On en déduit

$$e_F = \frac{Q_2}{W} = -\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{-1}{\frac{Q_1}{Q_2} + 1} = \frac{-1}{-\frac{T_1}{T_2} + 1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \simeq 10{,}7$$

3. Si on ouvre la porte du réfrigérateur, la cuisine reçoit effectivement le transfert thermique Q_1 et le réfrigérateur absorbera par ailleurs le transfert thermique Q_2.

   Pour que la cuisine soit, au total, refroidie, il faut que $|Q_1| < |Q_2|$ soit ici $-Q_1 < Q_2 \Rightarrow -Q_1 - Q_2 < 0 \Rightarrow W < 0$. Or la machine est un récepteur donc $W > 0$ ce qui montre qu'il est illusoire d'espérer refroidir, à long terme, la cuisine en ouvrant la porte du réfrigérateur.

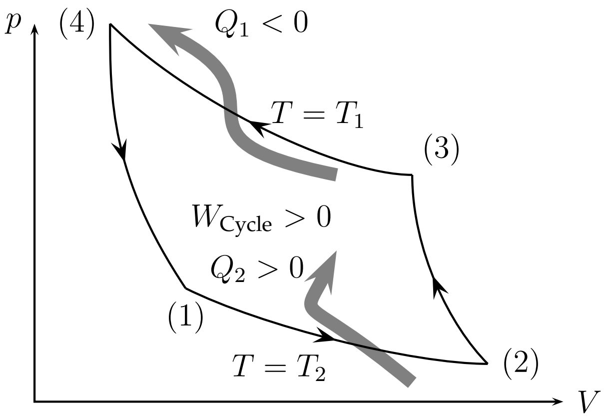
   Remarque : dans le cas d'un climatiseur, l'échangeur thermique en contact avec la source chaude est placé à l'extérieur de l'appartement.

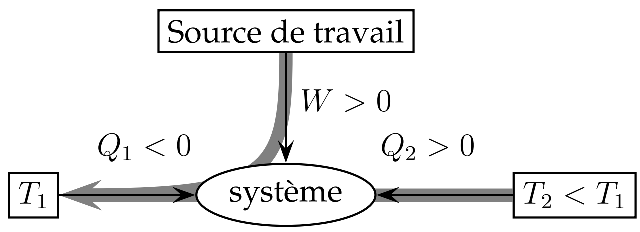
Exercice 2 : Pompe à chaleur classique
Pour maintenir la température d'un immeuble à $T_1 = 293$ K alors que la température est $T_2 = 278$ K à l'extérieur, il faut lui fournir une énergie de 2 108 J par heure.

1. On utilise pour cela une pompe à chaleur. Indiquer dans quelles conditions celle-ci doit fonctionner pour que son efficacité soit maximale.

   Donner le schéma de principe en indiquant par des flèches le sens des transferts thermiques et de travail.
2. Calculer cette puissance minimale consommée par la pompe à chaleur.
3. Définir et calculer l'efficacité théorique maximale e_T de cette pompe dans ces conditions ; montrer qu'elle ne dépend que de T_1 et de T_2. Indiquer clairement la signification de e_T.
4. La température extérieure étant toujours $T_2 = 278$ K, pour quelle température T_1 à l'intérieur e_T est-elle maximale ? Interpréter.

1. L'efficacité de la pompe à chaleur sera maximale si son fluide caloporteur (le système) décrit le cycle réversible de Carnot.

   Pour que ce cycle soit effectivement récepteur la compression isothermes se fera au contact de la source chaude (l'appartement à chauffer) à T_1 et la détente isotherme à celui de la source froide (par exemple l'air extérieur) à T_2.

   La détente adiabatique devra s'effectuer de T_1 à T_2 et la compression adiabatique de T_2 à T_1.

   Le fluide parcours alors le cycle dans le sens trigonométrique et on a bien $W > 0$ (cycle récepteur).

2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au fluide, sur un cycle, $\Delta U_{\text{Cycle}} = 0 = W + Q_1 + Q_2 \Rightarrow W = -Q_1 - Q_2$ et de même le second principe entraîne $\Delta S_{\text{Cycle}} = 0 = S_e + S_c = S_e \Rightarrow 0 = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$ (égalité de Clausius).

   On en déduit $Q_2 = -\frac{T_2}{T_1}Q_1$ d'où $W = -Q_1[1 - \frac{T_2}{T_1}]$ le travail apporté par la source de travail.

Si on raisonne sur une durée Δt, on en déduit la puissance à fournir

$$P = \frac{W}{\Delta t} = -\frac{Q_1(T_1 - T_2)}{T_1 \Delta t} \simeq 2{,}84\ \text{kW}$$

avec ici, d'après l'énoncé, $Q_1 = -2108$ J pour $\Delta t = 1$ h $= 3600$ s.

3. On peut définir l'efficacité thermique de la pompe à chaleur

$$e_T = \frac{|\text{énergie à optimiser}|}{|\text{énergie coûteuse}|} = \frac{|Q_1|}{|W|} = \frac{-Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{1}{\frac{Q_2}{Q_1} + 1} = \frac{1}{-\frac{T_2}{T_1} + 1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \simeq 19{,}5$$

en utilisant à nouveau le premier principe sur un cycle et l'égalité de Clausius.
Cela signifie que pour chaque joule dépensé sous forme de travail, on récupère (théoriquement) 19,5 joule pour maintenir l'appartement à la température T_1 (si on parlait en terme de rendement, celui-ci serait de 1950 % !).

4. L'efficacité e_T sera maximale si le cycle est effectivement celui de Carnot (récepteur) et si T_2 est proche de T_1. Elle tend même théoriquement vers l'infini lorsque $T_2 = T_1$ mais il est vrai qu'il est alors inutile de chauffer l'appartement !
La pompe est surtout utile lorsqu'il fait froid dehors ! On a alors $T_2 - T_1$ important d'où une efficacité moindre ... mais toujours supérieure à ce qu'on pourrait obtenir avec un simple radiateur électrique qui présente un rendement de 100 % "seulement".

Exercice 3 : Moteur de Carnot réversible utilisant un gaz parfait
De l'air assimilé à un gaz parfait, de cœfficient isentropique $\gamma = 1{,}40$ décrit un cycle de Carnot $ABCD$:

— les transformations AB et CD sont adiabatiques et réversibles ;
— les transformations BC et DA sont isothermes et réversibles.

On donne $T_B = 1431$ K; $P_D = 1{,}0$ bar ; $T_D = 323$ K; $V_D = 2{,}40$ L et le transfert thermique $Q_{BC} = 1{,}24$ kJ reçu par l'air au cours de la transformation BC.

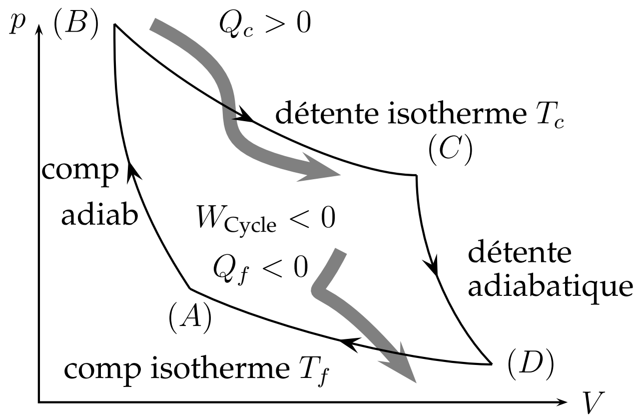
1. Calculer le nombre de moles d'air, les volumes V_A, V_B, V_C et les pressions p_A, p_B et p_C. Tracer l'allure du cycle $ABCD$ dans le diagramme de Watt.
2. Calculer les travaux et les transferts thermiques reçus par le gaz au cours de chacune des évolutions AB, BC, CD et DA.
3. Calculer le travail W récupéré et le rendement ρ du moteur.
4. En utilisant le premier et le second principe, montrer que le rendement ρ ne dépend que de T_B et T_D.
5. Que devient le rendement si l'on a un cycle irréversible (théorème de Carnot) ?

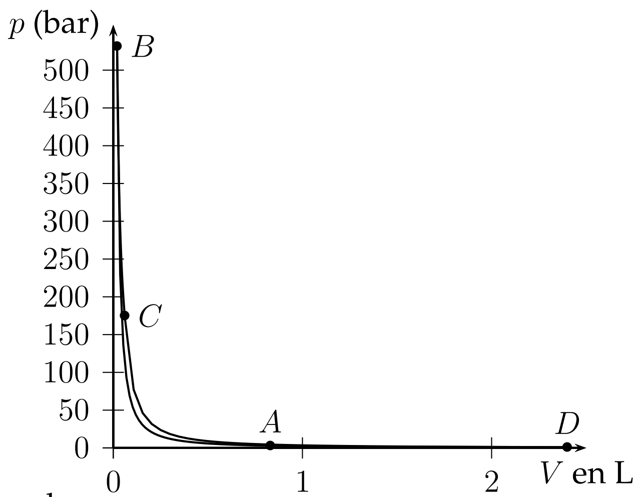
Lors de l'étude de ce moteur, le fluide étudié est { l'air } considéré gaz parfait de rapport $\gamma = 1{,}40$. On résume dans un tableau les donnés de l'énoncé. Ce tableau est complété au fur et à mesure (valeurs en *italique*), toutes les transformations sont réversibles.

État	A	adiabatique	B	isotherme	C	adiabatique	D	isotherme	A
T (K)	*323*	$\longrightarrow$	1431	$\longrightarrow$	*1431*	$\longrightarrow$	323	$\longrightarrow$	*323*
p (bar)	*3,22*		*590*	$Q_{BC} = 1{,}24$ kJ	*183*		1		*3,22*
V (L)	*0,744*		*0,018*		*0,058*		2,40		*0,744*

1. On connaît p, V et T dans l'état D. On peut en déduire n par application de l'équation d'état :
$$p_D.V_D = nRT_D \Rightarrow n = \frac{p_D V_D}{RT_D} = \frac{10^5.2{,}4.10^{-3}}{8{,}31.323} \simeq 8{,}94.10^{-2} \text{ mol.}$$
On complète ensuite le tableau ci-dessus, colonne par colonne.
   - État C : la transformation $C \to D$ est adiabatique, réversible et concerne un gaz parfait. Les relations de Laplace sont donc valables $pV^\gamma = Cte$ et $p = \frac{nRT}{V}$
$$\Rightarrow T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \Rightarrow V_C = V_D \left[\frac{T_D}{T_C}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{et} \quad p_C V_C^\gamma = p_D V_D^\gamma \Rightarrow p_C = p_D \left[\frac{V_D}{V_C}\right]^\gamma$$
Les applications numériques donnent $V_C \simeq 0{,}058$ L, $p_C \simeq 183$ bar.
   - État B : la transformation $B \to C$ est isotherme $T_B = T_C = 1431$ K et $\Delta U_{BC} = 0 = W_{BC} + Q_{BC}$ avec Q_{BC} connu. Comme la transformation est quasistatique, $\delta W = -p_e.dV = -p.dV = -nRT\frac{dV}{V}$, on en déduit :
$$W_{BC} = -Q_{BC} \Rightarrow -nRT_C \int \frac{dV}{V} = -Q_{BC} \Rightarrow nRT_C \ln \frac{V_C}{V_B} = Q_{BC} \Rightarrow V_B = V_C.e^{-\frac{Q_{BC}}{nRT_C}}$$
L'application numérique donne $V_B \simeq 0{,}018$ L et on en déduit enfin $p_B = \frac{nRT_B}{V_B} \simeq 590$ bar.
   - État A : la transformation $D \to A$ est isotherme d'où $T_A = T_D = 323$ K. $A \to B$ est adiabatique réversible et concerne un gaz parfait, les relations de Laplace sont donc valables et comme précédemment,
$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow V_A = V_B \left[\frac{T_B}{T_A}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \text{et} \quad p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \Rightarrow p_A = p_B \left[\frac{V_B}{V_A}\right]^\gamma$$
Les applications numériques donnent cette fois $V_A \simeq 0{,}744$ L, $p_A \simeq 3{,}22$ bar.

   On remarque que la pression qu'atteindrait le gaz à l'état B dans un tel moteur est énorme. On trace ensuite l'allure du cycle dans le diagramme de Watt échelle non respectée (ci-dessous à gauche) et en respectant l'échelle (ci-dessous à droite).





2. Calcul du transfert thermique et du travail sur les phases :
   - $A \to B$ est adiabatique donc $Q_{AB} = 0$ et par application du premier principe (usuel), $W_{AB} = \Delta U_{AB} = C_V(T_B - T_A) = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) \simeq 2059$ J.
   - $B \to C$ est isotherme donc $\Delta U_{BC} = 0 = W_{BC} + Q_{BC} \Rightarrow W_{BC} = -Q_{CD} = 1240 = -1240$ J.

- $C \to D$ est adiabatique donc $Q_{CD} = 0$ et $W_{CD} = \Delta U_{CD} = C_V(T_D - T_C) = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C) = -W_{AB} \simeq -2059$ J.
- $D \to A$ est isotherme réversible donc $W_{DA} = -nRT_D \ln \frac{V_A}{V_D} \simeq 281$ J et $Q_{DA} = -W_{DA} = -281$ J.

3. Au cours du cycle, le travail total reçu par le système (convention thermodynamique) est $W = W_{\text{Cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} \simeq 2059 - 1240 - 2059 + 281 \simeq -959$ J.
Le travail récupéré par le milieu extérieur est donc de 985 J. Le rendement du moteur est

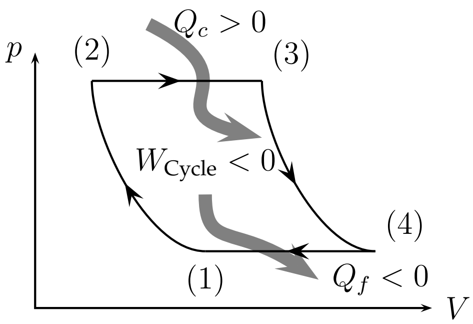
$$\rho = \frac{|\text{énergie à optimiser}|}{|\text{énergie coûteuse}|} = \frac{-W}{Q_{BC}} \simeq \frac{959}{1240} \simeq 0{,}77 \qquad \text{soit } 77\ \%$$

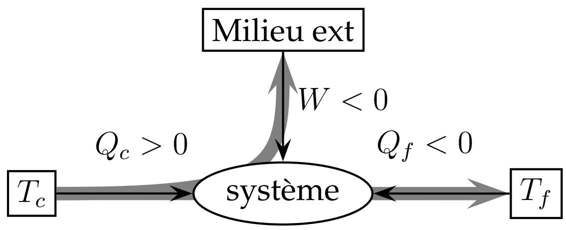
4. Par application du premier principe, $\Delta U_{\text{Cycle}} = U_A - U_A = 0 = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}}$ d'où $-W_{\text{Cycle}} = Q_{\text{Cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = 0 + Q_{BC} + 0 + Q_{DA}$ et $\rho = -\frac{W_{\text{Cycle}}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{CD}}$ or d'après le second principe, $\Delta S_{\text{Cycle}} = S_A - S_A = 0 = \frac{Q_{BC}}{T_B} + \frac{Q_{DA}}{T_D}$ (égalité de Clausius) $\Rightarrow \frac{Q_{DA}}{Q_{CD}} = -\frac{T_D}{T_B}$ soit finalement $\rho = 1 - \frac{T_D}{T_B} \simeq 0{,}77$ soit 77 % (on retrouve bien la même valeur).
5. Si le cycle est irréversible, $\Delta S_{\text{Cycle}} = 0 = \frac{Q_{BC}}{T_B} + \frac{Q_{DA}}{T_D} + S_C$ avec $S_C > 0$ d'où $\frac{Q_{BC}}{T_B} + \frac{Q_{DA}}{T_D} < 0$ (inégalité de Clausius) $\Rightarrow \rho < 1 - \frac{T_D}{T_B}$: le rendement est plus faible.

Exercice 4 : Cycle de Joule
Calculer le rendement d'un moteur dans lequel le cycle est décrit par un gaz parfait et représenté en coordonnées (p,V) par un contour limité par deux transformations adiabatiques quasistatiques séparées par deux transformations isobares p_1 et p_2 ($p_2 > p_1$) ; c'est le cycle de Joule.
Application numérique : $\gamma = 1{,}4$, on envisage un taux de compression $\frac{p_2}{p_1} = 8$ puis 20.

On commence par représenter le cycle dans le diagramme de Watt :

- Comme il est question d'un moteur, $W_{\text{Cycle}} <$ ce qui correspond à un parcours du cycle dans le sens horaire.
- Ce dernier comprend deux transformations isobares $p = Cte$: horizontales.
- Il comprend également deux transformations adiabatiques quasistatiques d'un gaz parfait d'où $pV^\gamma = Cte$: courbes de pente plus raide qu'une hyperbole.





En rappelant le principe d'un moteur ditherme, on retrouve rapidement l'expression de son rendement

$$\rho = \frac{|\text{énergie à optimiser}|}{|\text{énergie coûteuse}|} = \frac{|W|}{|Q_c|} = \frac{-W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

car sur un cycle $\Delta U_{\text{Cycle}} = U_f - U_f = 0 = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}} = W + Q_f + Q_c \Rightarrow -W = Q_c + Q_f$.
On détermine ensuite sur le cycle où se situe Q_c le transfert thermique avec la source chaude et Q_f avec la source froide. La dilatation isobare nécessite un apport thermique d'où $Q_c = Q_{23}$ et à l'inverse, $Q_f = Q_{41}$ (on complète ainsi le diagramme de Watt).

On peut maintenant exprimer ρ simplement en fonction des températures car les transferts thermiques s'effectuent à pression constante : $Q_c = C_p(T_3 - T_2)$ et $Q_f = C_p(T_1 - T_4)$ où C_p est la capacité thermique du gaz qui suit le cycle.
On obtient ainsi pour le moment

$$\rho = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Comme on demande d'exprimer ρ en fonction du rapport de pressions $\frac{p_2}{p_1} = \tau$, on peut utiliser une des relations de Laplace. Ces dernières sont valables pour un gaz parfait subissant une transformation adiabatique quasistatique ce qui est le cas entre (1) et (2) puis entre (3) et (4).
On a alors $pV^\gamma = Cte$ et $V = \frac{nRT}{p}$ d'où $p^{1-\gamma}T^\gamma = Cte$ et ici

$$p_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma}T_2^\gamma \Rightarrow T_1 = T_2.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2.\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{et} \quad T_4 = T_3.\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3.\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

En remplaçant dans ρ, on obtient

$$\rho = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_3.\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_2.\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_3 - T_2} = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

L'application numérique donne $\rho = 44{,}8$ % puis 57,5 % ce qui parait possible pour un moteur idéalisé mais assez optimiste pour un moteur réel.

Exercice 5 : Cycle de Diesel
Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes :

état (1) $\rightarrow$ état (2) : compression adiabatique

état (2) $\rightarrow$ état (3) : dilatation à pression constante

état (3) $\rightarrow$ état (4) : détente adiabatique

état (4) $\rightarrow$ état (1) : refroidissement à volume constant.

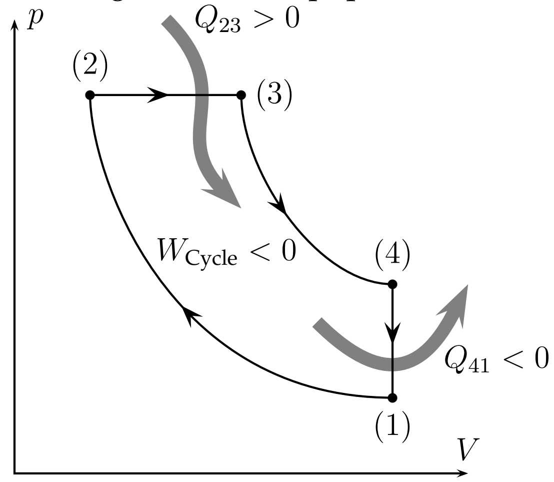
Chaque état est défini par la pression P_i, la température T_i et le volume V_i (i variant de 1 à 4). On appelle γ le rapport des capacités calorifiques molaires $\frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$. On définit $x = \frac{V_1}{V_2}$ le taux de compression et $z = \frac{V_1}{V_3}$ le taux de détente.

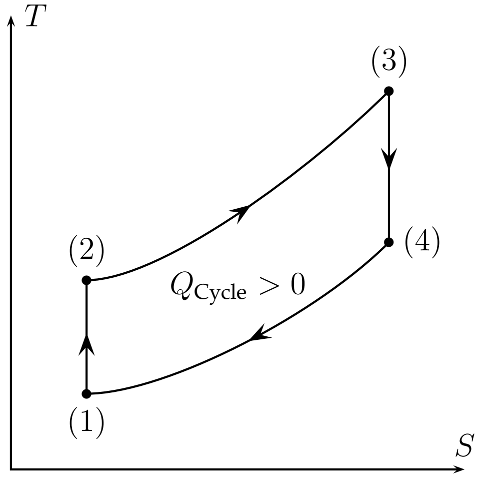
1. Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Watt puis un diagramme entropique.
2. Exprimer le rendement ρ de ce moteur en fonction :
   (a) des travaux et transferts thermiques,
   (b) des températures T_i et de γ,
   (c) de x, z et γ. On exprimera T_2, T_3 et T_4 en fonction de T_1, x, γ et z.
3. Faire l'application numérique pour $x = 21$, $z = 7$, $\gamma = 1{,}4$ et commentez.

On travaille sur une mole de gaz parfait d'où $\frac{pV}{T} = R = Cte$. Les transformations sont toutes réversibles, celles qui sont en plus adiabatiques sont isentropiques $S = Cte$ et respectent les lois des Laplace $pV^\gamma = Cte$.
On résume la suite des transformations subies par le système et les variations des paramètres d'état dans le tableau suivant :

$$(1) \underset{\substack{p\uparrow,\,V\downarrow,\,pV^\gamma=Cte\\ S=Cte,\,T\uparrow}}{\overset{\substack{\text{compression}\\ \text{adiabatique}}}{\longrightarrow}} (2) \underset{\substack{V\uparrow,\,p=Cte\\ T=\frac{pV}{R}\uparrow,\,S\uparrow}}{\overset{\substack{\text{dilatation}\\ \text{isobare}}}{\longrightarrow}} (3) \underset{\substack{p\downarrow V\uparrow,\,pV^\gamma=Cte\\ S=Cte,\,T\downarrow}}{\overset{\substack{\text{détente}\\ \text{adiabatique}}}{\longrightarrow}} (4) \underset{\substack{V=Cte,\,p\downarrow\\ T=\frac{pV}{R}\downarrow,\,S\downarrow}}{\overset{\substack{\text{refroidissement}\\ \text{isochore}}}{\longrightarrow}} (1)$$

1. On en déduit l'allure du cycle dans le diagramme de Watt (figure ci-dessous à gauche) et dans le diagramme entropique (ci-dessous à droite).





Les deux cycles sont parcourus dans le sens horaire, ce qui correspond bien à un moteur.

2. Le rendement ρ du moteur est par définition

$$\rho = \frac{|\text{énergie à optimiser}|}{|\text{énergie coûteuse}|} = \frac{|W_{\text{Cycle}}|}{|Q_c|} = -\frac{W_{\text{Cycle}}}{Q_c}$$

où $W_{\text{Cycle}} < 0$ est le travail algébrique reçu par le gaz au cours du cycle et $Q_c > 0$ le transfert thermique reçu par le système au contact avec la source chaude, c'est à dire lors du réchauffement isobare $2 \to 3$.

(a) Lors d'un cycle, d'après le premier principe (usuel) de la thermodynamique, $\Delta U_{\text{Cycle}} = U_1 - U_1 = 0 = W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}} \Rightarrow W_{\text{Cycle}} = -Q_{\text{Cycle}} = -Q_{12} - Q_{23} - Q_{34} - Q_{41} = -Q_{23} - Q_{41}$ et $\rho = \frac{Q_{23}+Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$

(b) La transformation $2 \to 3$ est isobare donc $Q_{23} = \Delta H_{23} = C_p(T_3 - T_2)$ et $4 \to 1$ est isochore d'où $Q_{41} = \Delta U_{41} = C_V(T_1 - T_4)$. On en déduit

$$\rho = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{C_V(T_1 - T_4)}{C_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

(c) $1 \to 2$ et $3 \to 4$ sont des transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait et par application des relations de Laplace, $pV^\gamma = Cte$ avec $p = \frac{nRT}{V}$ d'où $TV^{\gamma-1} = Cte$

$$\Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1.\left[\frac{V_1}{V_2}\right]^{\gamma-1} = T_1.x^{\gamma-1} \text{ et } T_3 = T_4.\left[\frac{V_4}{V_3}\right]^{\gamma-1} = T_4.z^{\gamma-1}$$

La transformation $2 \to 3$ est isobare donc $p_2 = p_3$ et d'après l'équation d'état

$$\frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_3}{V_3} \Rightarrow T_3 = T_2\frac{V_3}{V_2} = T_2\frac{V_3}{V_1}.\frac{V_1}{V_2} = T_2\frac{x}{z} = \frac{x}{z}.T_2 = \frac{x}{z}.T_1.x^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_1\frac{x^\gamma}{z}$$

et en reprenant la relation liant T_3 à T_4,

$$T_4 = T_3.z^{1-\gamma} = T_1\frac{x^\gamma}{z}.z^{1-\gamma} = T_1.\left[\frac{x}{z}\right]^\gamma \Rightarrow \rho = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{[\frac{x}{z}]^\gamma - 1}{x^{\gamma-1} - \frac{x^\gamma}{z}} = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{x^\gamma - z^\gamma}{x^{\gamma-1}z^\gamma - x^\gamma z^{\gamma-1}}$$

3. L'application donne $\gamma \simeq 0{,}61$ soit 61 %. Cette valeur semble assez élevée pour un moteur thermique réel.