

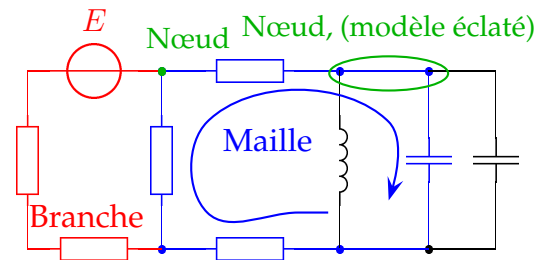
# EC<sub>1</sub> Lois générales de l'Électrocinétique dans le cadre de l'ARQS

PCSI 2022 – 2023

## I Notions de base

### 1. Description d'un circuit électrique

- Composant électrique comportant deux bornes : **dipôle**.
- Circuit ou réseau électrique : ensemble de composants électriques reliés les uns aux autres.
- Point commun relié à au moins trois composants électriques : **nœud**. Il y en a 4 ici.
- Portion de circuit comprise entre deux nœuds : **branche**.
- Ensemble de branches formant une boucle fermée et orientée qui ne passe qu'une fois par un nœud donné : **maille**.



### 2. Courant électrique

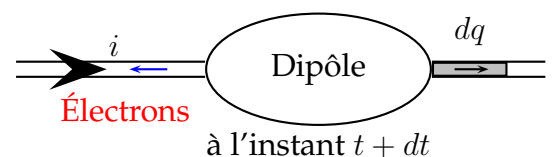
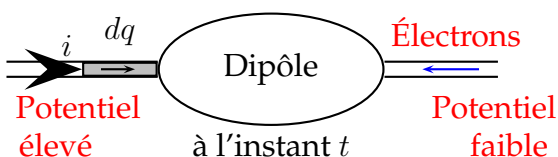
**Définition :** C'est un **déplacement d'ensemble de particules chargées électriquement**.

**Exemples :** électrons dans les métaux, ions dans les solutions ioniques.

- Le sens conventionnel du courant est celui **des porteurs de charges positives**. Par exemple, dans les métaux, le courant se déplace en sens **inverse des électrons**.
- L'intensité algébrique du courant qui traverse un conducteur orienté est le débit de charge à travers ce dipôle

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{en ampère A (ou C.s}^{-1}\text{)}$$

où  $dq$  est la charge qui traverse le conducteur dans le sens choisi pendant la durée  $dt$ .



**Remarques :**

- le sens réel du courant se trouve en général de façon intuitive en considérant la position des générateurs → le choisir comme sens arbitraire. Si les calculs aboutissent à une valeur de  $i < 0$ , alors en réalité, le courant circule dans le sens opposé de celui choisi.
- $i = \frac{dq}{dt}$  donc pour avoir une intensité importante on a deux solutions : beaucoup de porteurs de charges (bon conducteur) ou des porteurs de charges qui vont vite (tension élevée).

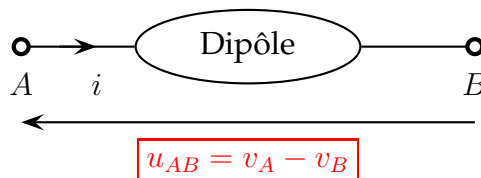
- La charge électrique d'un système est **quantifiée (un multiple entier de la charge élémentaire  $e$ )**.
- ODG : courant d'entrée d'un AO (pA), au laboratoire en général mA, A à la maison, 100kA pour électrolyse du zinc ou dans un coup de foudre.

**Analogie :** on peut faire une analogie entre l'intensité du courant dans le conducteur ( $C.s^{-1}$ ) et le débit de l'eau dans un tuyau ( $L.s^{-1}$ )

**Vocabulaire :** on parle de l'intensité **à travers** un dipôle. Cohérent avec le fait de mettre un ampèremètre en **série**.

### 3. Tension électrique

- Le potentiel électrique  $v$  d'un point décrit son état électrique. L'unité légale est **le Volt V**.
- Il est défini par rapport à un point de référence du circuit : **la masse  $M$  avec  $v_M = 0$  V par convention**.
- La tension entre deux points est **la différence de potentiel entre ces deux points (V)** :



avec  $v_A$  : potentiel au point  $A$  et  $v_B$  : potentiel au point  $B$ .

On représente la tension par une flèche, **Pointe de la flèche vers la Première lettre**.

**Analogie :** différence d'altitude entre deux points  $\leftrightarrow$  hauteur.

Le courant se déplace des potentiels les plus **grands** vers les potentiels les plus **faibles**.

La masse est l'analogie de l'altitude de référence (celle de la mer par exemple). Sa représentation est :



Tous les points reliés par un fil parfait (sans résistance) sont **au même potentiel**.

**Vocabulaire :** on parle du potentiel **en un point**, mais de la tension **aux bornes** d'un dipôle. Cohérent avec le fait de mettre un voltmètre en **parallèle**.

### 4. Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

- On est en régime stationnaire (continu) si les potentiels et les intensités dans le circuit ne dépendent pas du temps : courants  $I$  et potentiels  $V$  (donc tensions  $U$ ) **constants**.  
On a l'habitude d'utiliser alors des lettres majuscules

$$\frac{dI}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dU}{dt} = 0$$

- On est dans l'ARQS si la variation temporelle du courant est suffisamment **lente** pour que l'on puisse négliger les délais de propagation entre différents points du circuit. Autrement dit,  $\tau_{\text{propagation}} \ll \tau_{\text{variation}}$  c'est-à-dire si on appelle  $L$  la taille du circuit et  $f$  la fréquence à laquelle on se place

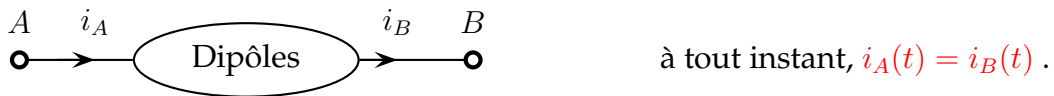
$$\frac{L}{v} \simeq \frac{L}{c} \ll T = \frac{1}{f}$$

**Condition d'application de l'ARQS :** On peut considérer comme valide l'approximation des régimes stationnaires si la taille du circuit  $L$  et la fréquence de travail  $f$  sont telles que

$$\frac{L}{c} \ll \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{c}{L} \gg f \Leftrightarrow L \ll \lambda$$

Exemple d'une corde attachée à une grue : lorsque la grue bouge lentement, la corde est droite, si la grue bouge rapidement, on voit l'onde se propager.

Les intensités  $i(t)$  et les potentiels  $v(t)$  dépendent du temps mais par exemple,  $i(t)$  est **la même** en tout point d'une branche du circuit à un instant donné.



Si on est dans l'ARQS les lois des courants continus sont encore valables pour des courants variables.

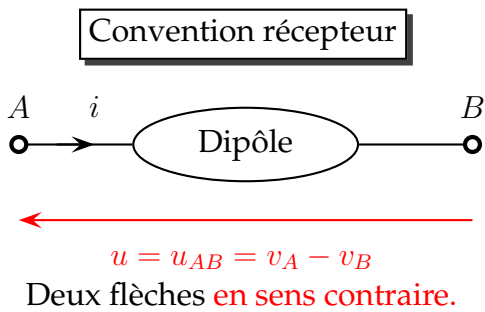
Odg :

- pour un circuit de 10 cm, il faut  $f \ll \text{GHz}$ , au labo en général on utilise des fréquences de l'ordre du Hz jusqu'à MHz.
- Pour un circuit de l'ordre de 2000 km, il faut  $f \ll 150 \text{ Hz}$ . Cela correspond à peu près au réseau EDF et à la taille de la France.

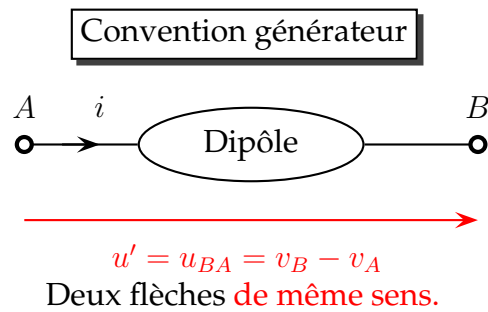
### 5. Convention d'orientation de la tension aux bornes d'un dipôle

L'orientation de la tension est **indépendante** de celle du courant.

Une fois qu'on a fixé arbitrairement un sens pour l'intensité  $i$  du courant qui traverse un dipôle, on peut définir la tension  $u$  à ses bornes de deux manières :



Ex :  $R, C$  en charge ...

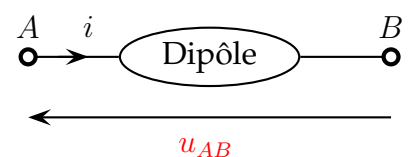


Ex : Générateur,  $C$  qui se décharge ...

### 6. Puissance électrique

- En convention **récepteur**, la puissance algébrique **reçue** par un dipôle  $AB$  est :

$$p_{\text{rec}} = ui \quad \text{avec} \quad u = u_{AB}$$

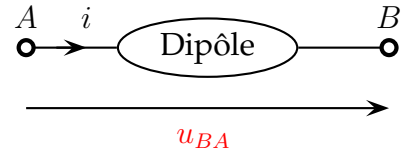


Remarques :

- ★ L'unité légale est le **Watt W**. La relation liant puissance et énergie est  $p_{\text{rec}} = \frac{dE_{\text{rec}}}{dt}$  avec  $dE_{\text{rec}}$  l'énergie (Joule J) reçue par le dipôle pendant la durée  $dt$  ( $1 \text{ W} = 1 \text{ J.s}^{-1}$ ).
- ★ Si  $p_{\text{rec}} > 0$  alors le dipôle **reçoit** effectivement de l'énergie donc de la puissance.
- ★ Si  $p_{\text{rec}} < 0$  alors en fait, le dipôle **fournit** effectivement de la puissance et il fonctionne en générateur.

- En convention générateur, la puissance algébrique fournie par un dipôle  $AB$  est :

$$p_{\text{four}} = u' i \quad \text{avec} \quad u' = u_{BA}$$



- ★ Si  $p_{\text{four}} > 0$  alors le dipôle **fournit** effectivement de la puissance.
- ★ Si  $p_{\text{four}} < 0$  alors en fait, le dipôle reçoit effectivement de la puissance et il fonctionne en récepteur.

**Remarque :** un dipôle peut être générateur à un instant et **récepteur** à un autre instant (**condensateur, batterie auto par exemple**).

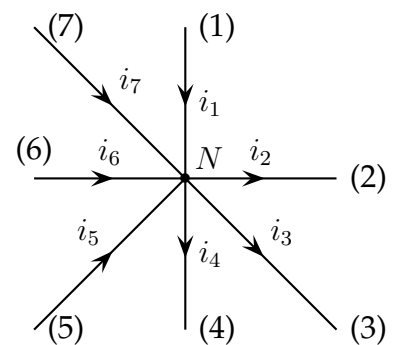
## II Lois de Kirchhoff

Établies en 1845 par le physicien allemand du même nom, elles sont valables dans le cadre de l'ARQS.

### 1. Loi des nœuds

Cette loi traduit physiquement la conservation de la charge électrique.

**Exemple :** pendant la durée  $dt$  la charge arrivant au nœud  $N$  est  $dq_1$  venant de (1) +  $dq_5$  venant de (5) + ... soit  $dq_1 + dq_5 + dq_6 + dq_7$ . De même, la charge sortant du nœud pendant  $dt$  est  $dq_2 + dq_3 + dq_4$ . Par conservation de la charge,  $dq_1 + dq_5 + dq_6 + dq_7 = dq_2 + dq_3 + dq_4$  et en divisant par  $dt$



$$i_1 + i_6 + i_7 = i_2 + i_3 + i_4 + i_5 \Rightarrow i_1 - i_2 - i_3 - i_4 + i_5 + i_6 + i_7 = 0$$

**Lois des nœuds :** la somme algébrique des intensités des courants qui convergent vers un nœud est nulle :

$$\pm i_1 \pm i_2 \pm \dots \pm i_n = 0 \quad \text{avec} \quad \pm = + \quad \text{si le courant est orienté vers le nœud et} - \quad \text{sinon}$$

## 2. Loi des mailles

Elle traduit l'additivité des tensions de dipôles placés en série.

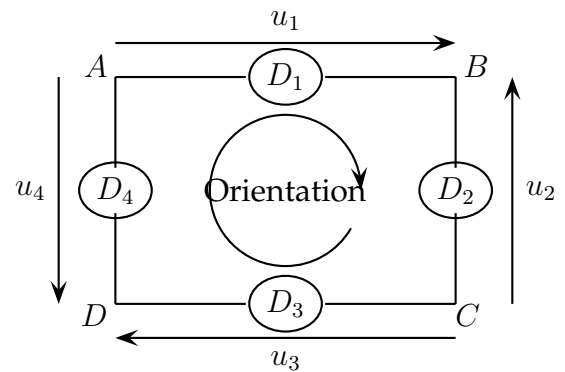
**Loi des Mailles :** la somme algébrique des tensions aux bornes des branches successives d'une maille (orientée) est nulle.

$$\pm u_1 \pm u_2 \pm \dots \pm u_n = 0$$

avec  $\pm$  selon l'orientation de la flèche de tension par rapport à celle de la maille.

**Exemple :**  $v_A - v_A = 0 \Rightarrow v_A - v_B + v_B - v_C + v_C - v_D + v_D - v_A = 0 \Rightarrow -u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0$  ou encore  $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 = 0$ .

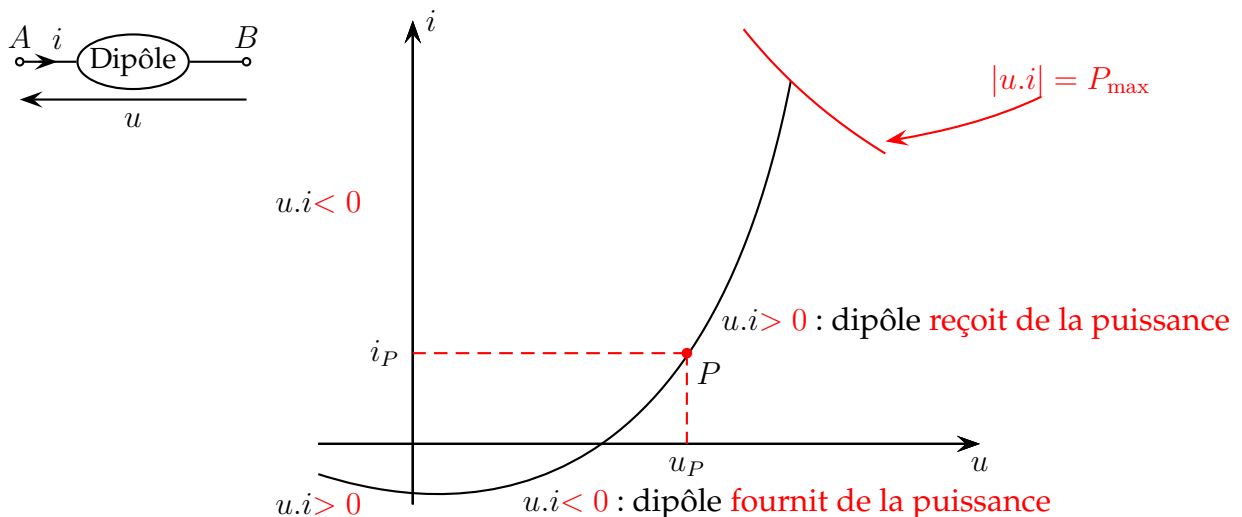
Dans notre exemple, la maille est orientée selon ABCD.



## III Propriétés des dipôles

### 1. Caractéristique courant – tension d'un dipôle

**Définition :** en général l'intensité  $i$  du courant qui traverse un dipôle dépend de  $u$  la tension appliquée à ses bornes, le graphe  $i = f(u)$  est la **caractéristique courant – tension du dipôle**.



On **doit** préciser la convention récepteur ou générateur choisie lors du tracé.

Pour le dipôle dont la caractéristique  $i = f(u)$  est représentée ci-dessous, tout point  $P$  de la courbe est un point de fonctionnement possible (c'est à dire quelque chose de « possible pour le dipole » : on ne peut pas imposer  $u$  et  $i$  de façon indépendante). Par exemple, si  $i = i_P$ , alors  $u = u_P$ .

**Remarques :**

- La relation qui lie  $i$  à  $u$  est appelée **relation constitutive du dipôle**.

- Si on se place en régime continu pour chaque point de mesure, on trace la caractéristique **statique**  $I = f(U)$ .  
Sinon, il s'agit d'une caractéristique dynamique dont la forme peut dépendre de la forme de  $u(t)$  (dent de scie, sinusoïdale ...).

## 2. Limitations en courant et tension

- Tout dipôle réel contient des éléments dissipatifs qui vont dissiper de l'énergie sous forme calorifique, il ne faut pas dépasser la puissance maximale admissible.
- Les caractéristiques intensité – tension sont donc bornées.

## 3. Classification des dipôles

- Si son fonctionnement n'est pas modifié quand on permute ses bornes, un dipôle est **symétrique**. Sa caractéristique admet alors l'origine comme centre de symétrie. Sinon, il est **polarisé**.
- Un dipôle dont la tension en circuit ouvert (valeur de  $u$  quand  $i = 0$ ) est nulle est dit **passif**. Sa caractéristique passe par l'origine, sinon, il est **actif**.
- Si  $i$  est lié à  $u$  par une équation (qui peut être différentielle) linéaire à coefficients constants, un dipôle est dit **linéaire**.  
Sa caractéristique statique est alors une **portion de droite**.

Exemples :  $u = ai + b$ ,  $i = a \frac{du}{dt} + b$  ou encore  $u = a \frac{d^2i}{dt^2} + b \frac{di}{dt} + c$  mais pas  $i = au^2$  ni  $u = ai \frac{du}{dt} + b$ .

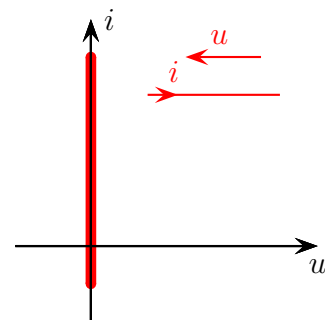
# IV Exemples de dipôles linéaires

## 1. Fil idéal

Pour un fil idéal, la tension est **nulle** et le potentiel **est le même aux deux extrémités**.

Pour le courant, on ne sait « a priori » **rien** : il peut être grand ou petit selon le reste du circuit.

$$\forall i \quad u(i) = 0$$



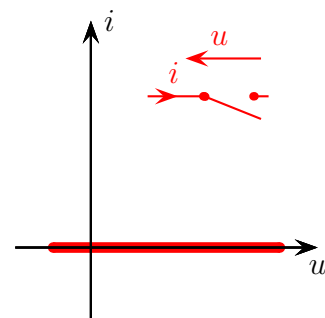
## 2. Interrupteur

Pour un interrupteur fermé, **le comportement est le même que celui d'un fil** :  $u = 0 \forall i$

Pour un interrupteur ouvert, **le courant est nul**.

Pour la tension, on ne sait « a priori » **rien**.

$$\forall u \quad i(u) = 0$$



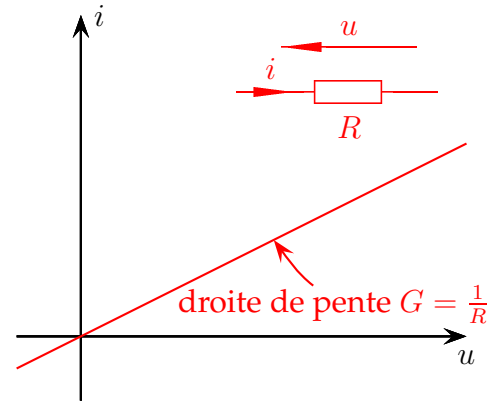


### 3. Résistor ou conducteur ohmique ou "résistance"

En convention récepteur,  $i = f(u)$  est donnée par la loi d'ohm :

$$u = Ri \iff i = \frac{u}{R} = Gu$$

$R$  résistance en ohm  $\Omega$  et  $G$  conductance en siemens  $S$ .



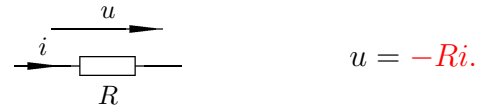
**Remarques :**

- La caractéristique statique et la caractéristique dynamique sont identiques.
- Un résistor est un dipôle **linéaire, symétrique et passif**.
- En convention récepteur,

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri(t)^2 = u(t)^2/R > 0$$

C'est le seul élément dissipatif des réseaux, la puissance reçue est dissipée sous forme d'énergie calorifique selon **la loi de Joule**.

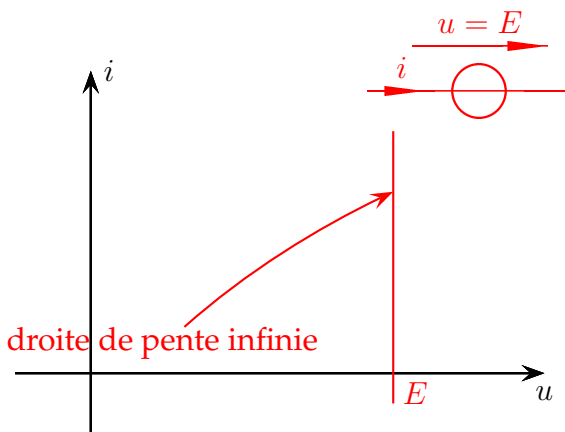
- En convention générateur,



### 4. Générateurs

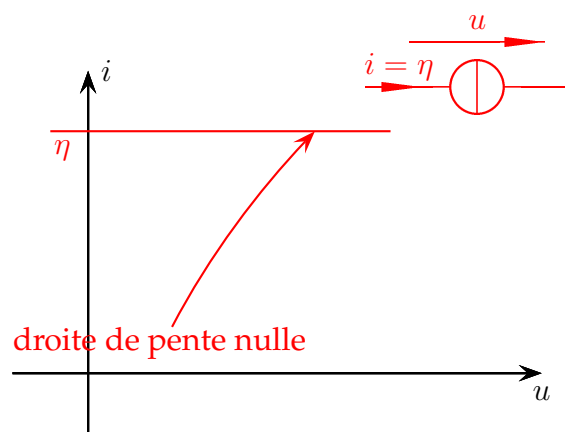
#### 4.a. Générateur idéal

Générateur idéal de tension



La tension  $u$  entre ses bornes est égale à  $E$ , sa force électromotrice (f.e.m) quel que soit le courant  $i$  débité.

Générateur idéal de courant



Le courant  $i$  qu'il délivre est égal à  $\eta$ , son courant électromoteur (c.e.m) quelle que soit la tension  $u$  à ses bornes.

Ce sont des dipôles **polarisés, actifs et linéaires**.

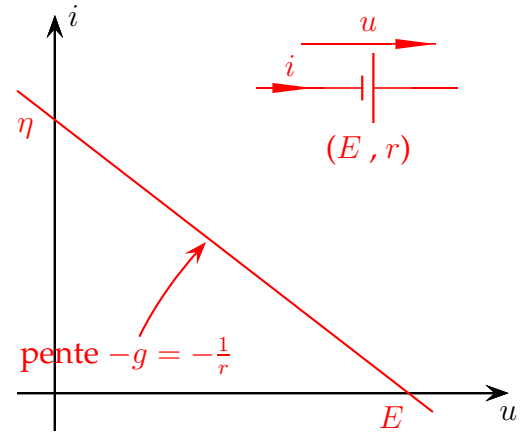
#### 4.b. Générateurs réels



**Caractéristique :** en convention générateur, c'est une droite de pente  $p$  ( $A.V^{-1}$  soit  $\Omega^{-1}$ ) négative.

On pose  $p = -1/r = -g$ , on a donc

$$i = \eta - gu \iff u = E - ri$$

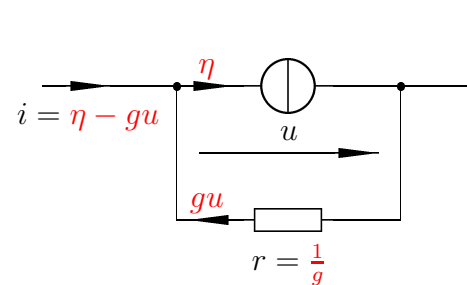
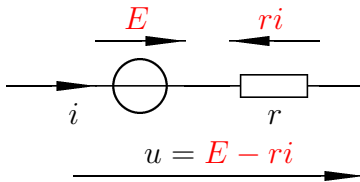


C'est un dipôle **linéaire, polarisé et actif**.

On nomme :

- $E$  la force électromotrice f.e.m (valeur de  $u$  en circuit ouvert  $i = 0$ ).
- $\eta$  (eta) le courant de court circuit ou courant électromoteur c.e.m (valeur de  $i$  en court circuit pour  $u = 0$ ).
- $r$  la résistance interne du générateur et  $g = \frac{1}{r}$  la conductance interne du générateur.

**Modélisation :** on peut ainsi modéliser le générateur réel de deux façon :



$r$  : résistance interne du générateur de Thévenin.

$g$  : conductance interne du générateur de Norton.

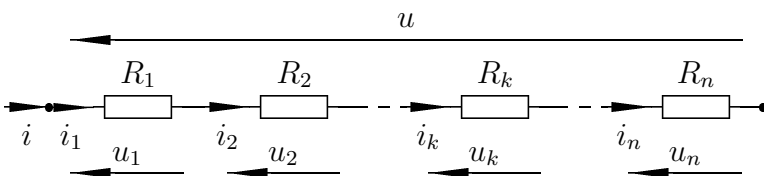
**Remarques :**

- si  $r \rightarrow 0$ , on retrouve  $u = E$  : générateur **idéal de tension**.
- si  $r \rightarrow \infty \iff g \rightarrow 0$  : générateur **idéal de courant**.
- en convention récepteur,  $u = -E + ri$  et  $i = \eta + gu$ .

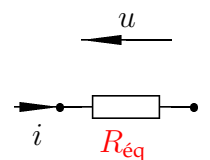
## V Association de dipôles

### 1. Résistors

#### 1.a. Association série



Équivalent à



Comme on se place dans l'ARQS, à  $t$  donné, l'intensité  $i$  est la même dans tous les dipôles  $i_1 = i_2 = \dots = i_k = \dots = i_n$  et la tension aux bornes du résistor indicé  $k$  est  $u_k = R_k i$

L'additivité des tensions implique

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots + u_n = \sum_k u_k \iff R_{\text{éq}} i = \sum_k R_k i = i \sum_k R_k \iff R_{\text{éq}} = \sum_{k=1}^n R_k$$

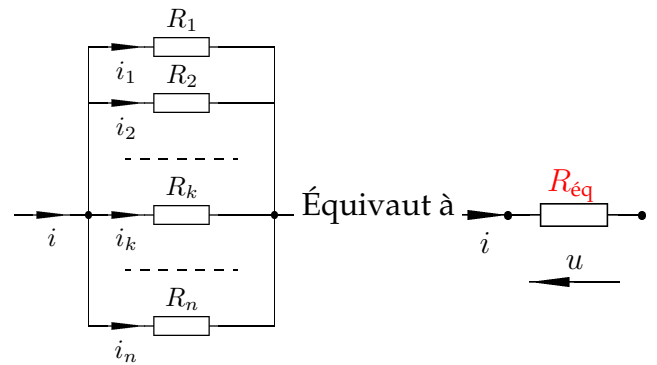


### 1.b. Association parallèle

Ici, les résistors étant en parallèle, à tout instant  $t$ ,  
 $u_1 = u_2 = \dots = u_n = u$  et d'après la loi des nœuds,  
 $i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$  or  $i_k = \frac{u}{R_k}$  soit

$$\frac{u}{R_{\text{éq}}} = \frac{u}{R_1} + \dots + \frac{u}{R_k} + \dots + \frac{u}{R_n} = u \sum_k \frac{1}{R_k}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \iff G_{\text{éq}} = \sum_{k=1}^n G_k$$



**Exemple :** dans le cas de deux résistors en parallèle, (c'est ce que vous devez connaître)

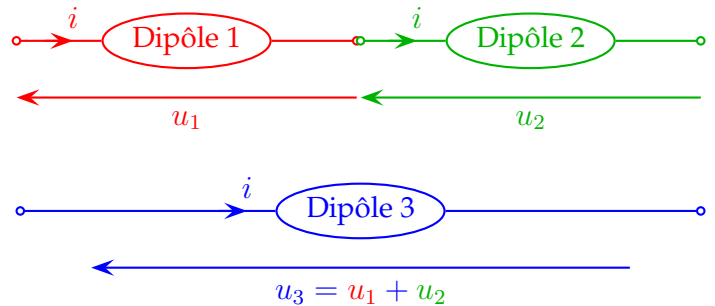
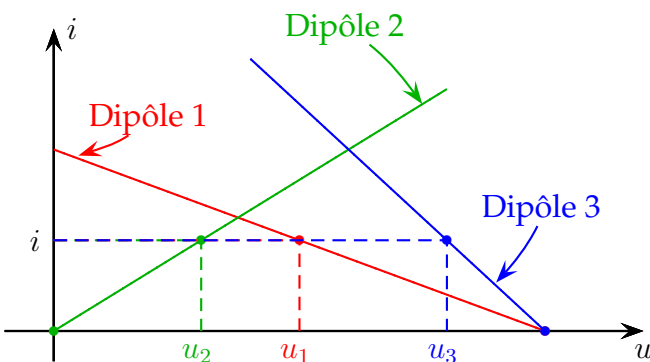
$$R_{\text{éq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

mais si ils sont trois,  $R_{\text{éq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \neq \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$  ce qui ne serait pas homogène!

### 2. Cas général : association de deux dipôles quelconques

Soient deux dipôles de caractéristiques connues.

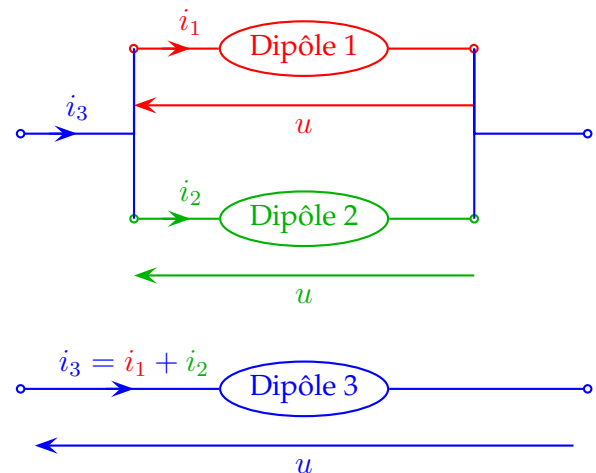
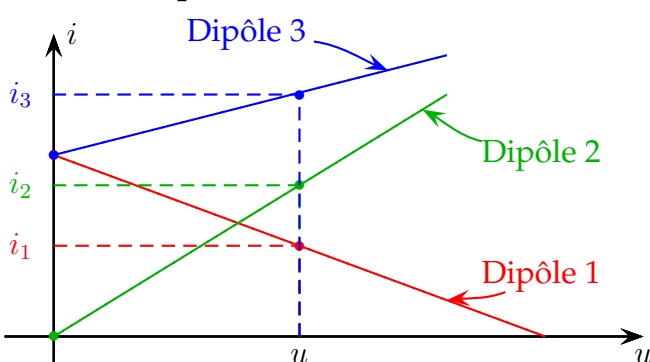
**Association en série :**



On a alors, pour chaque valeur de  $i$ ,  $u = u_1 + u_2$

On peut tracer la caractéristique de l'association série en sommant graphiquement les valeurs  $u_1$  et  $u_2$  pour chaque valeur de  $i$ .

**Association en parallèle**



On a alors, pour chaque valeur de  $u$ ,  $i = i_1 + i_2$ .

On peut tracer la caractéristique de l'association parallèle en sommant graphiquement les valeurs  $i_1$  et  $i_2$  pour chaque valeur de  $u$ .

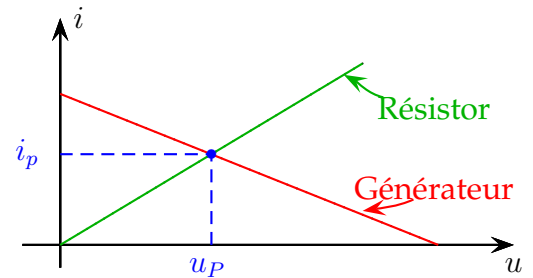
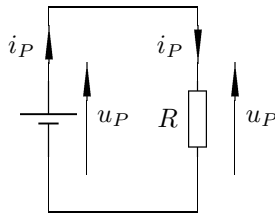
**Application directe :** retrouver la caractéristique d'un générateur réel considérant l'association série d'un résistor et d'un générateur de tension idéal puis l'association parallèle d'un résistor et d'un générateur de courant idéal.

### 3. Point de fonctionnement d'un circuit

Soit un circuit constitué de deux dipôles, un générateur réel et un résistor par exemple.

Si les caractéristiques des dipôles se coupent en un point unique  $P$ , celui-ci est appelé **point de fonctionnement du circuit**.

Ses coordonnées donnent les valeurs de  $i$  et  $u$  dans le circuit.



**Exemple :** circuit contenant un générateur de tension  $(E, r)$  et un résistor  $R$ , on trace les caractéristiques en respectant les conventions générateur et récepteur.

Cela revient à résoudre le système  $u_p = Ri_p$  et  $u_p = E - ri_p$ .

## Table des matières

### I Notions de base

1. Description d'un circuit électrique
2. Courant électrique
3. Tension électrique
4. Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)
5. Convention d'orientation de la tension aux bornes d'un dipôle
6. Puissance électrique

### II Lois de Kirchhoff

1. Loi des nœuds
2. Loi des mailles

### III Propriétés des dipôles

1. Caractéristique courant – tension d'un dipôle
2. Limitations en courant et tension
3. Classification des dipôles

### IV Exemples de dipôles linéaires

1. Fil idéal
2. Interrupteur
3. Résistor ou conducteur ohmique ou "résistance"
4. Générateurs
  - 4.a. Générateur idéal
  - 4.b. Générateurs réels

### V Association de dipôles

1. Résistors
  - 1.a. Association série
  - 1.b. Association parallèle
2. Cas général : association de deux dipôles quelconques
3. Point de fonctionnement d'un circuit