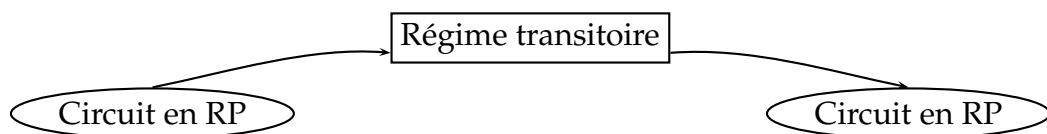


EC₃ Circuits linéaires du premier ordre en régime transitoire

PCSI 2022 – 2023

Objet du chapitre : jusqu'ici, nous n'avions étudié que des circuits dans lesquels les tensions et intensités sont indépendantes du temps mais en réalité tout signal électrique a un début (mise en route du GBF par exemple).

Au bout d'un certain temps (qui dépend des composants du circuit), le circuit se place dans un régime permanent (continu, sinusoïdal ...). Le régime transitoire se situe entre les deux.



I Dipôles réactifs

Définition : Il existe des dipôles qui peuvent être considérés comme passifs ou actifs selon les conditions d'utilisation, on parle de dipôles **réactifs**. Ils permettent de stocker puis restituer de l'énergie.

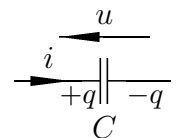
1. Condensateur

Constitution : un isolant, le diélectrique, sépare deux plaques métalliques qui portent les charges électriques $+q$ et $-q$.

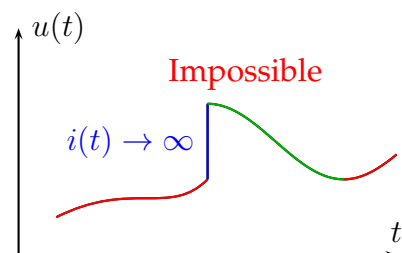
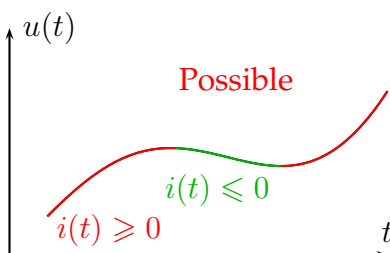
Relation constitutive : quand on applique une tension $u(t)$ alors $q(t) = Cu(t)$ avec C la **capacité du condensateur exprimée en Farad F** .

D'où, en convention récepteur,

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$



C étant positif, $i(t)$ correspond, à C près, à la **pente de la courbe $u(t)$** .



Physiquement, l'intensité qui traverse un condensateur ne peut pas prendre une valeur infinie ce qui impose que la fonction $u(t)$ ne peut pas subir de discontinuité : pour tout instant t , $u(t^+) = u(t^-)$ aux bornes d'un condensateur.

Continuité de la tension aux bornes d'un condensateur : la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur ne peut pas varier de façon discontinue, on dit qu'elle est continue "au sens mathématique du terme".

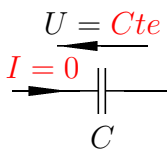
Remarque : comme $q(t) = C.u(t)$, la fonction $q(t)$ est également continue au sens math. du terme.

Caractéristiques intensité – tension : la fonction $i(t)$ dépend de la forme de $u(t)$, on visualisera par exemple des caractéristiques dynamiques avec $u(t)$ sinusoïdale en TP – Cours.

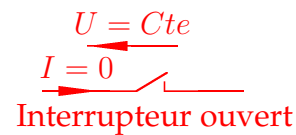
Un condensateur est un dipôle **linéaire, symétrique et réactif (passif / actif)**.

Comportement en régime continu : on a alors $u(t) = U = Cte$ ne dépend pas du temps et $i(t) = 0$, le condensateur se comporte comme **un interrupteur ouvert**.

En régime continu :

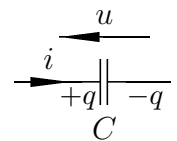


Équivaut à



Aspect énergétique, puissance : en convention récepteur

$$p(t) = u(t)i(t) = Cu(t)\frac{du(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Cu(t)^2}{2}\right) = \frac{dE_C}{dt}$$



en posant

$$E_C = \frac{1}{2}Cu(t)^2$$

l'énergie stockée dans le condensateur à l'instant t .

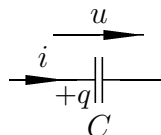
Comme $u(t)$ et $q(t)$, $E_C(t)$ est une fonction continue du temps (au sens mathématique du terme).

Pour la faire varier de façon discontinue, il faudrait une puissance $p(t) = \frac{dE_C}{dt}$ infinie.

On peut faire une analogie avec une voiture dont la vitesse (donc son énergie cinétique) ne peut pas varier de façon discontinue car la puissance de son moteur n'est pas infinie.

Autres relations constitutives d'un condensateur :

- En convention générateur,

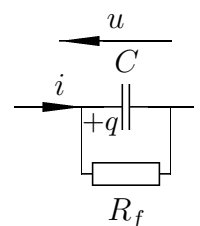


$$i = \frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt}$$

- Un condensateur réel contient également des éléments dissipatifs modélisés par un résistor branché **en parallèle** (résistance de fuite) : une partie de l'énergie stockée est perdue par effet Joule.

Pour l'ensemble, et en convention récepteur,

$$i = C\frac{du}{dt} + \frac{u}{R_f}$$



Pour un condensateur idéal $R_f \rightarrow \infty$ (assez facile à réaliser) et on retrouve $i = C\frac{du}{dt}$.

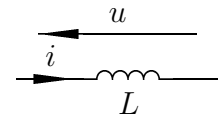
Ordre de grandeurs :

- Condensateur standard en TP : $\text{nF} < C < \mu\text{F}$
- Condensateur électrochimique : $\mu\text{F} < C < \text{mF}$
- Cable coaxial (1m) : 100 pF
- Supercondensateur : 3000 F

2. Bobine (inductance, self-inductance ou encore solénoïde.)

Constitution : elle est composée d'un enroulement de spires.

Relation constitutive : si le courant $i(t)$ qui la traverse varie au cours du temps, un phénomène d'auto-induction (cf. induction à la fin de l'année) donne naissance à une tension $u(t)$ à ses bornes telle que, si la bobine est parfaite,



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

où L est l'**inductance de la bobine** qui s'exprime en Henry H .

L étant positive, $u(t)$ correspond, à L près, à la pente de la courbe $i(t)$ d'où

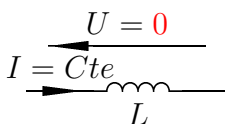
Continuité de l'intensité du courant qui traverse une bobine : l'intensité du courant $i(t)$ qui traverse une bobine ne peut pas subir de discontinuité, on dit qu'elle est continue au sens mathématique du terme.

Caractéristiques intensité – tension : la fonction $u(t)$ dépend de la forme de $i(t)$, on visualisera également la caractéristique dynamique d'une bobine avec $i(t)$ sinusoïdale en TP – Cours.

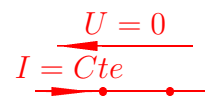
Une bobine est un dipôle **linéaire, symétrique et réactif (passif / actif)**.

Comportement en régime continu : on a alors $i(t) = I$ ne dépend pas du temps et $u(t) = U = 0$, la bobine se comporte comme un **interrupteur fermé**.

En régime continu :



Équivaut à



Aspect énergétique, puissance : en convention récepteur

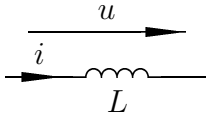


$$p(t) = u(t)i(t) = L \frac{di(t)}{dt} i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li(t)^2}{2} \right) = \frac{dE_L}{dt} \quad \text{avec} \quad E_L = \frac{1}{2} Li(t)^2$$

l'énergie stockée dans la bobine à l'instant t .

La puissance $p = \frac{dE_L}{dt}$ étant finie, l'énergie E_L ne peut pas subir de discontinuité.

Autres relations constitutives d'une bobine :

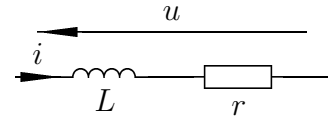
- En convention générateur,  $u = -L \frac{di}{dt}$.



- Une bobine réelle contient également des éléments dissipatifs modélisés par un résistor branché **en série** (résistance interne), une partie de l'énergie stockée est perdue par effet Joule.

Pour l'ensemble et en convention récepteur, $u = L \frac{di}{dt} + ri$

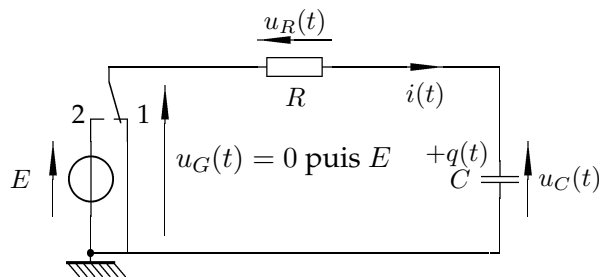
Pour une bobine idéale $r \rightarrow 0$ (pas facile à réaliser) et on retrouve $u = L \frac{di}{dt}$



- bobine standard en TP : **mH** < L < **H**
- bobine pour transformateur 220 V : **10¹ H**
- Cable coaxial (1m) : **0,25 mH**
- Bobine pour transformateur de centrale électrique **kH**

II Réponse d'un circuit RC à un échelon de tension

1. Circuit



À l'instant $t = 0$, C est déchargé et on bascule l'interrupteur K ($1 \rightarrow 2$).

Au bout d'un certain temps, C est chargé et le courant dans le circuit est nul, les tensions sont constantes.

Entre ces deux régimes, il existe un régime transitoire.

Comme nous l'avons vu au début de l'année, lorsqu'un système dépend du temps, les contraintes sur son évolution se présente généralement sous la forme **d'une équation différentielle**.

Pour connaître l'évolution au cours du temps de l'intensité ou de la tension, on peut donc utiliser les lois de l'électrocinétique et les relations constitutives des différents composants pour établir l'équation différentielle à laquelle obéit $u(t)$ ou $i(t)$, puis la résoudre. Pour résoudre une équation différentielle, il est nécessaire de connaître les conditions initiales

Condition initiale : En électrocinétique, les conditions initiales s'obtiennent généralement en utilisant **la continuité de la tension aux bornes du condensateur ou de l'intensité à travers une bobine**.

Enfin, il faut savoir représenter la courbe représentant la solution au cours du temps.

2. Équation différentielle en $u_C(t)$

Pour écrire l'équation différentielle en $u_C(t)$, nous allons utiliser la loi des mailles :

$$u_G(t) - u_R(t) - u_C(t) = 0 \iff u_G(t) = u_R(t) + u_C(t) = Ri(t) + u_C(t)$$

avec $u_G(t) = E$ pour $t > 0$, $i(t) = \frac{dq}{dt}$ et $q = Cu_C(t)$ soit $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$ d'où

$$E = RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) \iff \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Cette équation doit être homogène or, $du_C(t)$ (petite variation de $u_C(t)$ pendant dt), $u_C(t)$ et E sont des tensions et dt est un temps donc RC a la dimension d'un temps que nous noterons $\tau = RC$, la constante de temps du circuit.

On se ramène donc à l'équation dite canonique : $\frac{d\alpha(t)}{dt} + \frac{\alpha(t)}{\tau} = \text{quelque chose}$ avec ici,

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau} \quad \text{où} \quad \tau = RC$$

Équation différentielle du premier ordre (dérivée première par rapport au temps) linéaire à coefficients constants (tous du même signe) et avec second membre ($\frac{E}{\tau}$).

Remarques :

- On obtient le même type d'équation différentielle en $q(t)$: $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{\tau} = \frac{E}{R}$ et en $i(t)$: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = 0$ par dérivation temporelle.
- On dit que le circuit est d'ordre 1.
- Nous verrons que tous les coefficients doivent être de même signe pour que le système soit stable c'est à dire $u_C(t)$ ne diverge pas ($u_C(t) \neq \pm\infty$ quand t augmente).

3. Résolution de l'équation différentielle : charge du condensateur

La solution d'une telle équation est la somme de la solution de l'équation sans second membre (équation homogène) sol_H et d'une solution particulière de l'équation avec second membre sol_P .

$$sol = sol_H + sol_P$$

① Résolution de l'équation homogène : $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = 0$: la solution est de la forme,

$$sol_H : u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

où A est une constante (dimension d'une tension).

Remarque : on peut retrouver ce résultat par la méthode de séparation des variables d'intégration : (t et $u_C(t)$ ici, voir cours de chimie).

② Solution particulière de l'équation avec second membre : on cherche la solution la plus simple possible.

On sait qu'au bout d'un temps suffisamment long (voir plus loin), on revient à un régime permanent continu, la tension redevient donc constante.

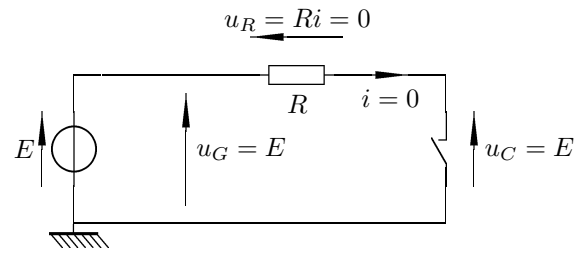
Essayons de remplacer $u_C(t)$ par une constante notée B dans l'équation canonique :

$$\frac{dB}{dt} + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{\tau} \Rightarrow 0 + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{\tau} \Rightarrow B = E \quad \Rightarrow sol_P : u_C(t) = E$$

Elle est de même nature que le second membre de l'équation différentielle.

On peut vérifier qu'il s'agit de la tension lorsque le régime permanent est atteint.

En effet si la tension est continue, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, on a alors :



③ On en déduit la forme de la solution générale :

$$u_C(t) = E + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

et il reste une constante à déterminer : A .

④ Détermination de la constante (une seule constante car équation du premier ordre) :

Pour déterminer complètement $u_C(t)$, il faut utiliser la condition initiale.

On sait qu'à $t < 0$, le condensateur est déchargé : $q = 0 = Cu_C \Rightarrow u_C(t < 0) = 0$.

Or, la tension aux bornes d'un condensateur est continue au sens mathématique du terme.

On en déduit que, puisque la tension $u_C(t)$ était nulle à $t \leq 0$, elle doit l'être aussi à $t = 0^+$, juste après la fermeture de K et on remplace dans la solution trouvée pour déterminer la constante.

$$u_C(0^-) = u_C(0^+) \iff 0 = E + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = E + A \iff A = -E$$



$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ avec } \tau = RC \quad \text{et} \quad q = Cu_C(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

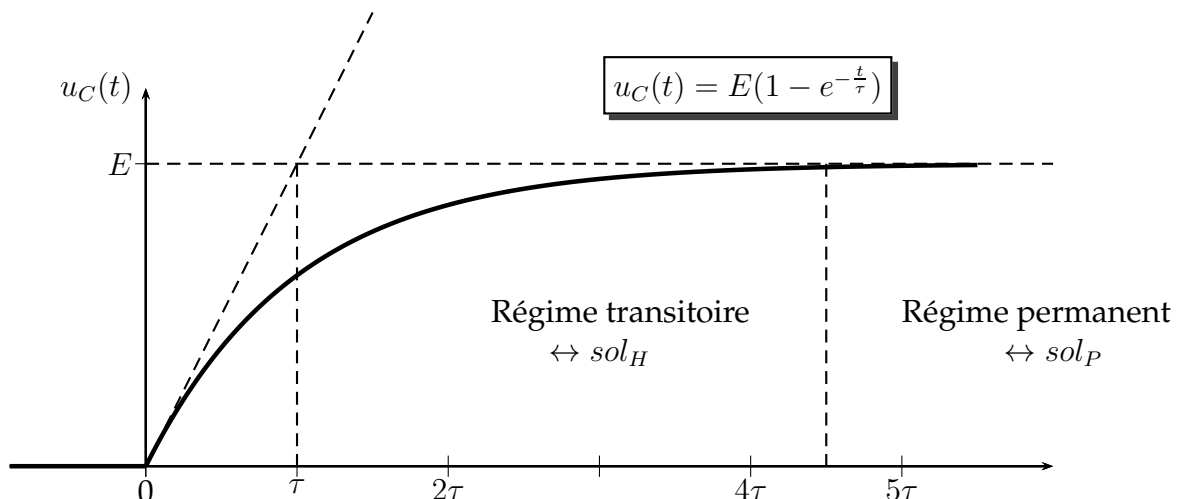
4. Tracé

Pour effectuer un tracé correct, il faut impérativement :

- Placer $u_C(0^-)$ et $u_C(0^+)$, nuls ici.
- Tracer l'asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ et $u_C(t) \rightarrow E$, on a donc une asymptote horizontale $u_C(t) = E$, la tension est continue : régime permanent.
- Tracer la tangente à l'origine : $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ donne le coefficient directeur de l'équation de la tangente à la courbe à chaque instant t et à $t = 0$, $u_C = 0$ et $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}$.

Attention : $\left(\frac{u_C(t)}{dt}\right)_0 \neq \left(\frac{u_C(0)}{dt}\right)$

Équation de la tangente à l'origine : $\frac{E}{\tau}t$: droite passant par l'origine et coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau$.



Remarque :

- Cette méthode de tracé est généralisable à tous les régimes transitoires du premier ordre.
- Après quelques τ , $u_C(t) \rightarrow E$, on remarque sur cet exemple que la solution particulière de l'équation différentielle correspond au régime permanent.
- La solution de l'équation homogène sans second membre ($u_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$) correspond, elle, au régime transitoire. Elle tend exponentiellement vers zéro et n'a plus d'effet après quelques τ .
- La remarque précédente n'est valable que si τ est positif. Sinon, la tension augmenterait de manière exponentielle au cours du temps (jusqu'à une saturation) \rightarrow système instable. Il faut donc que tous les coefficients de l'équation différentielle homogène soient de même signe pour avoir un système stable.

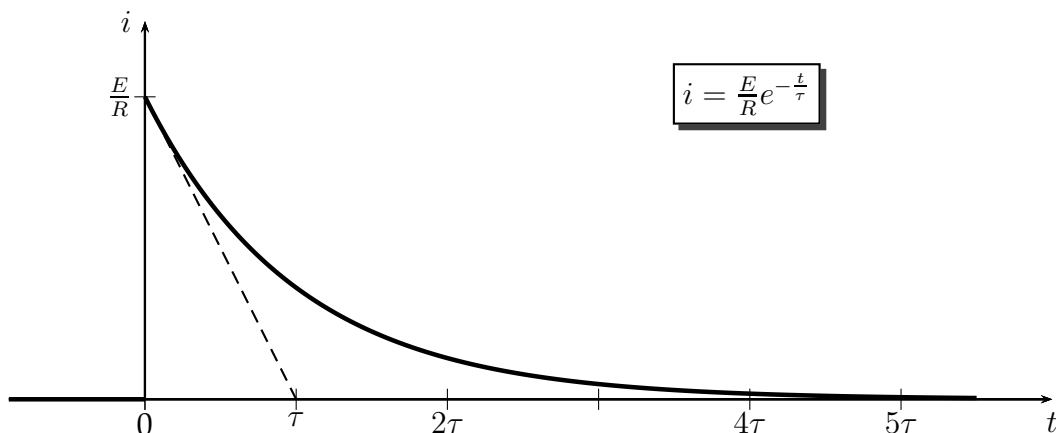
5. Intensité du courant dans le circuit

Expression $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ avec $q(t) = Cu_C(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit $i(t) = \frac{EC}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ et $\tau = RC$ d'où

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Tracé

- $i(0^-) = 0 \neq i(0^+) = \frac{E}{R}$: discontinuité de $i(t)$.
- Asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ et $i \rightarrow 0$, on a donc une asymptote horizontale $i = 0$: régime permanent.
- Tracé de la tangente à l'origine : droite coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau$.



L'intensité du courant n'est pas continue (au sens mathématique du terme).

6. Aspect énergétique

Énergie emmagasinée dans le condensateur À l'instant t , le condensateur a reçu :

$$E_C(t) = \frac{1}{2}Cu_C(t)^2(t) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

soit, pour $t \rightarrow \infty$ c'est à dire dès que t est supérieur à quelques τ

$$E_C(\infty) = \frac{1}{2}CE^2$$

Remarques :

- Cette énergie est stockée dans le condensateur (flash de jetable).
- En pratique, elle ne reste pas stockée très longtemps car le condensateur réel présente une résistance de fuite R_f qui dissipe lentement (constante de temps $R_f C$) cette énergie par effet Joule.

Énergie dissipée dans la résistance Toute l'énergie reçue est dissipée par effet Joule.

Entre l'instant 0 et l'instant t , le résistor reçoit : $E_R(t) = \int_0^t u_R(t) i dt$ avec $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ et $u_R(t) = Ri$,

$$E_R(t) = \int_0^t R \left(\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2 dt = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-\frac{2t}{\tau}})$$

soit, pour $t \rightarrow \infty$ c'est à dire dès que t est supérieur à quelques τ

$$E_R(\infty) = \frac{1}{2} C E^2 = E_C(\infty)$$

Énergie fournie par le générateur L'énergie stockée par le condensateur ou dissipée dans le résistor a été fournie par le générateur : on a conversion de l'énergie.

Entre l'instant 0 et l'instant t , il a donc fournit :

$$E_G(t) = E_R(t) + E_C(t) = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}) + \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})^2 \Rightarrow E_G(t) = C E^2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

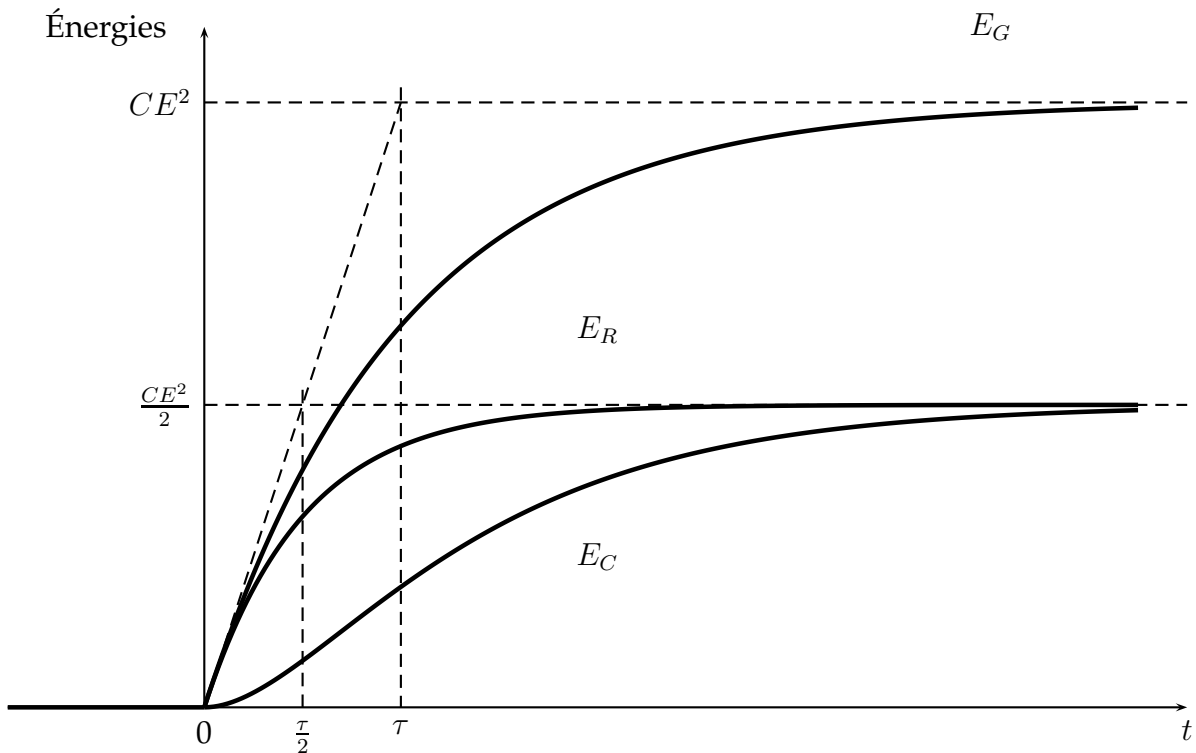
soit, pour $t \rightarrow \infty$ c'est à dire dès que t est supérieur à quelques τ

$$E_G(\infty) = C E^2$$

Répartition de l'énergie À la fin de la charge (c'est à dire après quelques τ , toute l'énergie fournie par le générateur ($C E^2$) est répartie équitablement en deux termes :

- l'énergie $\frac{1}{2} C E^2$ dissipée par effet Joule dans le résistor.
- l'énergie $\frac{1}{2} C E^2$ emmagasinée par le condensateur.

Évolution des énergies au cours du temps :

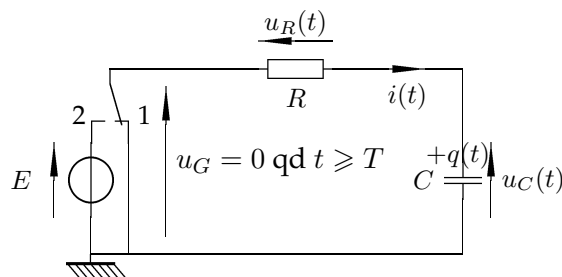


Remarque : la pente de chaque courbe $\frac{dE}{dt}$ correspond à une puissance.

7. Réponse libre d'un circuit RC

Définition : On appelle réponse libre d'un circuit l'évolution de celui-ci en l'absence de générateur.

Circuit Imaginons qu'à l'instant $T \gg \tau$, on bascule à nouveau l'interrupteur K ($2 \rightarrow 1$).



A $t = T^- \gg \tau$, le condensateur était chargé donc $u_C(t) = E$, on assiste alors à la décharge du condensateur dans la résistance R .

Si on applique la loi des mailles, on obtient

$$u_G(t) = u_R(t) + u_C(t) = Ri + u_C(t)$$

avec $u_G(t) = 0$ et $i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$ d'où

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = 0 \iff \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = 0$$

On se ramène donc à l'équation canonique :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = 0$$

La constante de temps du circuit est donc la même, elle ne dépend que des composants du circuit. Équation différentielle du premier ordre linéaire à coefficients constants de même signe et sans second membre.

Résolution de l'équation différentielle : décharge du condensateur Cette fois, comme l'équation n'a pas de second membre, pas besoin de sommer une solution particulière.

① Résolution de l'équation : $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = 0$

$$u_C(t) = A'e^{-\frac{t}{\tau}}$$

où A' est une constante (dimension d'une tension).

② Détermination de la constante :

Il faut utiliser la conditions initiale.

On sait qu'à $t \leq T$, le condensateur est chargé : $u_C(t)(t \leq T) = E$.

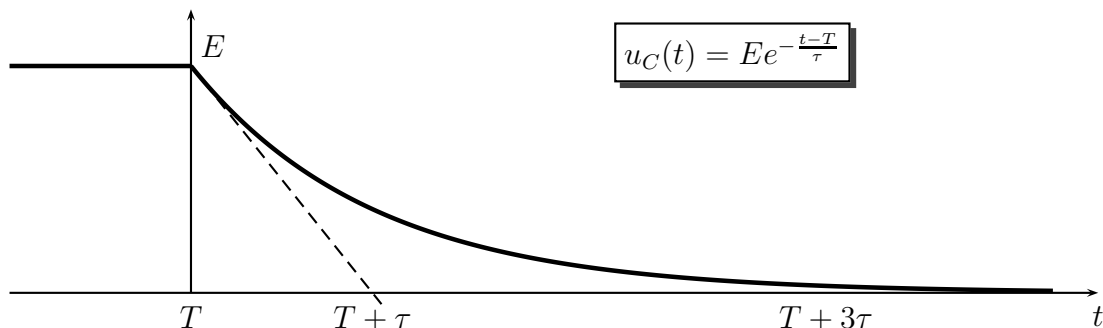
Or, la tension aux bornes d'un condensateur est continue (au sens mathématique du terme).

On en déduit que, puisque $u_C(t) = E$ à $t \leq T$, $u_C(t) = E$ à $t = T^+$, juste après la fermeture de K et on remplace dans la solution trouvée pour déterminer la constante. $u_C(t)(0) = E = A'e^{-\frac{T}{\tau}}$ d'où $A' = Ee^{+\frac{T}{\tau}}$ et

$$u_C(t) = Ee^{-\frac{t-T}{\tau}} \quad \text{et} \quad q(t) = Cu_C(t) = CEe^{-\frac{t-T}{\tau}}$$

Tracé

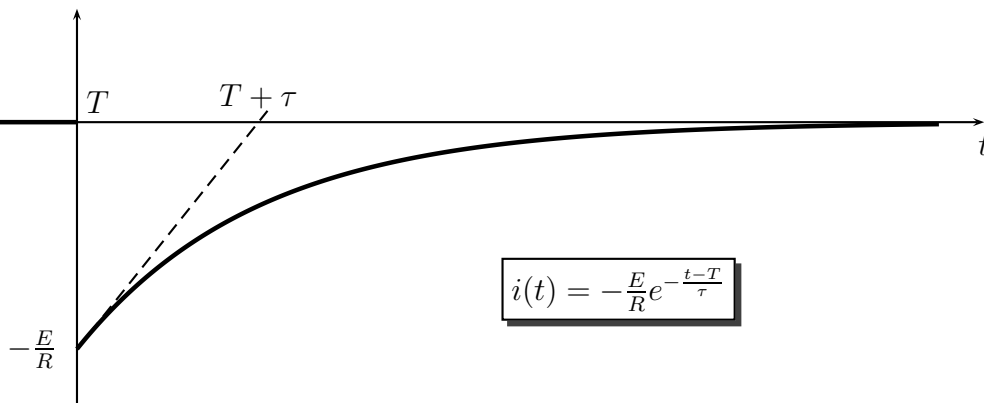
- Asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t-T}{\tau}} \rightarrow 0$ et $u_C(t) \rightarrow 0$, on a donc une asymptote horizontale $u_C(t) = 0$: régime permanent.
- Tracé de la tangente à T : à $t = T$, $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau}$: droite coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau + T$.



Intensité du courant dans le circuit $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ avec $q(t) = CEe^{-\frac{t-T}{\tau}}$ soit $i(t) = -\frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t-T}{\tau}}$ d'où $i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t-T}{\tau}}$.

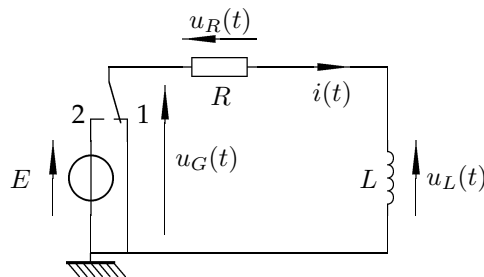
- Asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t-T}{\tau}} \rightarrow 0$ et $i \rightarrow 0$, on a donc une asymptote horizontale $i = 0$: régime permanent.

- Tracé de la tangente à T : à $t = T$, $\frac{di}{dt} = \frac{E}{R\tau}$: droite coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau + T$.



III Réponse d'un circuit RL à un échelon de tension

1. Circuit



On bascule l'interrupteur K de $1 \rightarrow 2$ à $t = 0$, l'intensité du courant dans le circuit étant nulle pour $t \leq 0$. On va ensuite assister à l'établissement du courant dans la bobine.

2. Équation différentielle en $i(t)$

Dans une bobine, on sait que c'est l'intensité du courant électrique qui est continue (au sens mathématique du terme). On recherchera donc plutôt une équation différentielle en $i(t)$ de façon à pouvoir utiliser la condition de continuité.

On applique la loi des mailles :

$$u_G(t) - u_R(t) - u_L(t) = 0 \iff u_G(t) = u_R(t) + u_L(t) = Ri(t) + u_L(t)$$

avec $u_G(t) = E$ pour $t \geq 0$ et $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ d'où

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E \iff \frac{di(t)}{dt} + \frac{Ri(t)}{L} = \frac{E}{L}$$

Équation différentielle du premier ordre linéaire à coefficients constants et avec second membre. Puisqu'elle doit être homogène, $\frac{L}{R}$ est homogène à un temps : c'est le temps caractéristique du circuit RL et on se ramène à l'équation canonique :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

3. Résolution de l'équation différentielle : établissement du courant

① Résolution de l'équation homogène : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = 0$

Résolution par séparation des variables d'intégration : (t et $i(t)$ ici).

$$\text{sol}_H : i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

où A est une constante (dimension d'une intensité).

On a à nouveau un régime transitoire qui décroît exponentiellement puisqu'on a la même équation canonique.

② Solution particulière de l'équation avec second membre : on cherche la solution la plus simple possible.

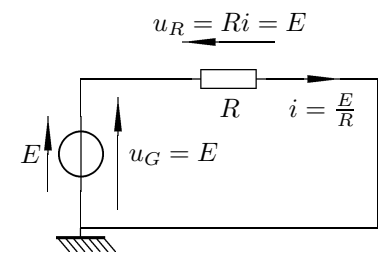
On sait qu'au bout d'un temps suffisamment long, l'intensité redevient constante (régime permanent).

Essayons de remplacer $i(t)$ par une constante notée B dans l'équation canonique :

$$\frac{dB}{dt} + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{L} \Rightarrow 0 + \frac{B}{\tau} = \frac{E}{L} \Rightarrow B = \frac{E\tau}{L} \Rightarrow \text{sol}_P : i(t) = \frac{E}{R}$$

C'est le régime permanent.

En effet, quand $i(t)$ devient constant ($t \gg \tau$), la bobine se comporte comme un interrupteur fermé et d'après la loi de Pouillet, $i(t) = \frac{E}{R}$.



③ On en déduit la solution générale :

$$i(t) = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

④ Détermination de la constante : il faut utiliser la conditions initiale.

On sait qu'à $t \leq 0$, l'interrupteur est ouvert et il ne circule donc aucun courant : $i = 0$.

Or, l'intensité qui circule dans une self est continue (au sens mathématique du terme).

On en déduit que, puisque $i = 0$ à $t \leq 0$, $i = 0$ à $t = 0^+$, juste après la fermeture de K et on remplace dans la solution trouvée pour déterminer la constante.

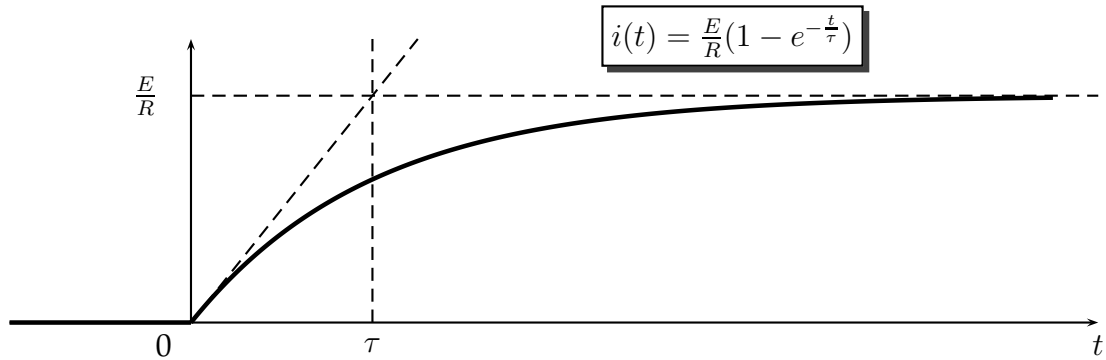
$$i(0^-) = i(0^+) = 0 = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = \frac{E}{R} + A \text{ d'où } A = -\frac{E}{R} \text{ et}$$



$$i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

4. Tracé

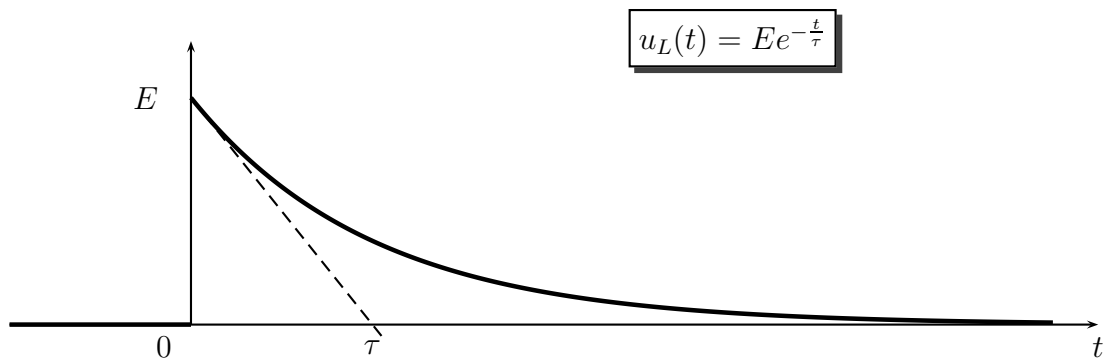
- Asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ et $i \rightarrow \frac{E}{R}$, on a donc une asymptote horizontale $i = \frac{E}{R}$: régime permanent.
- Tracé de la tangente à l'origine : droite coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau$.



5. Tension aux bornes de la bobine

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Asymptote : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ et $u_L(t) \rightarrow 0$, on a donc une asymptote horizontale $u_L(t) = 0$: régime permanent.
- Tracé de la tangente à l'origine : droite coupant l'asymptote horizontale en $t = \tau$.



La tension n'est pas continue aux bornes d'une self.

Table des matières

I Dipôles réactifs

1. Condensateur
2. Bobine (inductance, self-inductance ou encore solénoïde.)

II Échelon et RC

1. Circuit
2. Équation différentielle en $u_C(t)$
3. Charge de C
4. Tracé
5. Intensité du courant dans le circuit
6. Aspect énergétique
7. Réponse libre d'un circuit RC

III Échelon et RL

1. Circuit
2. Équation différentielle en $i(t)$
3. Résolution de l'équation différentielle : établissement du courant
4. Tracé
5. Tension aux bornes de la bobine

Manip :

Montrer un condensateur et une bobine (éventuellement montrer mesure de la capa en fonction de l'espace et du dielectrique).

Réponse d'un circuit RC série à un échelon de tension.

