

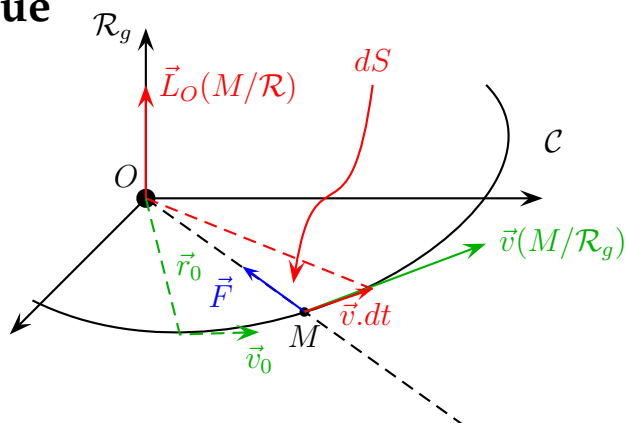
M_6 Mouvements dans un champ de force centrale conservatif.

PCSI 2024 – 2025

I Conservation du moment cinétique

On étudie le mouvement de M dans un référentiel \mathcal{R}_g galiléen (problème à trois degrés de liberté).

Nous allons montrer qu'on peut se ramener à **un seul degré de liberté** ce qui nous permettra de faire des discussions graphiques à partir d'un diagramme énergétique (Cf M_3).



1. Définition et cas usuel

Définition : un point matériel M est soumis à une force centrale \vec{F} si la droite d'action de \vec{F} passe constamment **par un point fixe du référentiel : le centre de force.**

Remarque : dans le cas usuel, le centre de force est l'origine O de \mathcal{R} , on alors \vec{OM} et \vec{F} **colinéaires.**

2. Conservation du moment cinétique : intégrale première du mouvement.

Si on travaille dans un référentiel galiléen \mathcal{R}_g , par application du TMC,

$$\left(\frac{d\vec{L}_O}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_O = \vec{cte} = m \cdot \vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0 = m \cdot \vec{C}$$

en posant $\vec{C} = \vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0$, la constante des aires.

3. Conséquences sur le mouvement

3.a. Planéité

Comme $\vec{L}_O = m \cdot \vec{C}$ garde une direction fixe, celle de $\vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0$, le plan (\vec{OM}, \vec{v}) reste orthogonal à cette direction fixe et le mouvement **est plan.**

En effet, on a $\vec{L}_O = m \vec{C}$ constant, or à tout instant $\vec{L}_O = \vec{OM} \wedge p(M)$ donc à tout instant le vecteur \vec{OM} est orthogonal à une direction fixe. M est donc dans un plan orthogonal à \vec{C} passant par O , il n'y a qu'un seul plan comme celui là donc M est à tout instant dans le même plan.

Autre manière voire les choses : \vec{L} est selon \vec{e}_z , or $\vec{OM} \perp \vec{L}$ donc $\vec{OM} \cdot \vec{e}_z = 0$
 $(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z) \cdot \vec{e}_z = 0 \rightarrow z = 0.$

La trajectoire de M est donc contenue dans le plan défini par \vec{r}_0 et \vec{v}_0 . Il n'y a donc plus que **2 degrés de libertés**

En coordonnées polaires, dans le plan du mouvement, $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{r} = r\vec{e}_r \Rightarrow \vec{r} \wedge \vec{v} = r^2\dot{\theta}\vec{e}_z$.

$$\vec{C} = \frac{\vec{L}_0}{m} = r^2\dot{\theta}\vec{e}_z = C\vec{e}_z \quad \text{avec} \quad C = r^2\dot{\theta} = Cte = r_0v_0 \sin(\vec{r}_0, \vec{v}_0)$$

Remarque : dans le cas particulier où $\sin(\vec{r}_0, \vec{v}_0) = 0$, le mouvement est **rectiligne et non plan**.

3.b. Loi des aires

Soit dS la surface balayée par le rayon vecteur \overrightarrow{OM} pendant le temps dt .

C'est la moitié de l'aire du parallélogramme construit à partir des vecteurs \overrightarrow{OM} et $d\overrightarrow{OM} = \vec{v}dt$



$$dS = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{OM} \wedge \vec{v}dt\| \Rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{|\vec{L}_O|}{2m} = \frac{C}{2} = \frac{r^2\dot{\theta}}{2}$$



$\frac{dS}{dt}$ est la vitesse aréolaire et c' est une constante du mouvement.

L'aire balayée par le rayon vecteur est proportionnelle au temps mis pour la balayer : $S = \frac{C}{2}t$ est l'aire balayée depuis $t = 0$.

II Cas d'une force conservative et conséquences sur le mouvement

Si en plus, \vec{F} est une force conservative, c'est à dire qu'elle dérive d'une énergie potentielle $E_p(r)$ qui ne dépend que de $r = OM$. Dans \mathcal{R}_g , l'énergie mécanique du point est **égale à une constante E_0 qui ne dépend que des CI :**

$$E_m = E_c + E_p(r) = E_0$$

En exprimant E_c en coordonnées polaires dans le plan du mouvement,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + E_p(r) = E_0$$

Or, $r^2\dot{\theta} = C \iff \dot{\theta} = \frac{C}{r^2}$ et on peut se ramener ainsi à l'étude d'un système à une seule variable : r .



$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p_{\text{eff}}}(r) = E_0 \quad \text{en posant} \quad E_{p_{\text{eff}}}(r) = \frac{mC^2}{2r^2} + E_p(r)$$

La connaissance de $E_{p_{\text{eff}}}(r)$ permet de préciser graphiquement le domaine du mouvement radial et si M est dans un état lié au un état de diffusion de M puisque

$$E_{p_{\text{eff}}}(r) = E_0 - \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \leq E_0$$



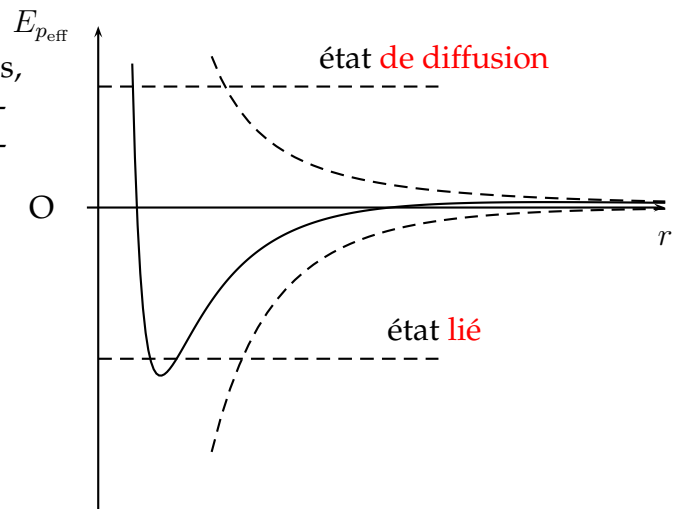
Exemple : Potentiel de Yukawa.

Dans la théorie de Yukawa sur les forces nucléaires, l'interaction attractive entre un neutron et un proton est caractérisée par une force attractive qui dérive de l'énergie potentielle

$$E_p = -\frac{K}{r}e^{-\frac{r}{a}}$$

où K est une constante positive.

$$E_{p\text{eff}} = \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{K}{r}e^{-\frac{r}{a}}$$



III Un peu de géométrie

Coniques Si on considère dans le plan une droite Δ et un point $F \notin \Delta$, on appelle conique de droite directrice Δ , de foyer F et d'excentricité $e \geq 0$ l'ensemble des points du plan vérifiant la condition :

$$\text{distance}(M,F) = e \times \text{distance}(M,\Delta)$$

La nature de la conique change en fonction de l'excentricité :

- $e < 1$: ellipse
- $e = 1$: parabole
- $e > 1$: hyperbole

Équations cartésiennes de courbes

- Équation cartésienne d'une droite : $y = a \times x + b$ ou $x = c$, plus généralement $a \times x + b \times y = c$
- Équation cartésienne d'un cercle de rayon R centré en (x_0, y_0) :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2 \Leftrightarrow \frac{(x - x_0)^2}{R^2} + \frac{(y - y_0)^2}{R^2} = 1$$

- Équation cartésienne d'une ellipse centrée en O :

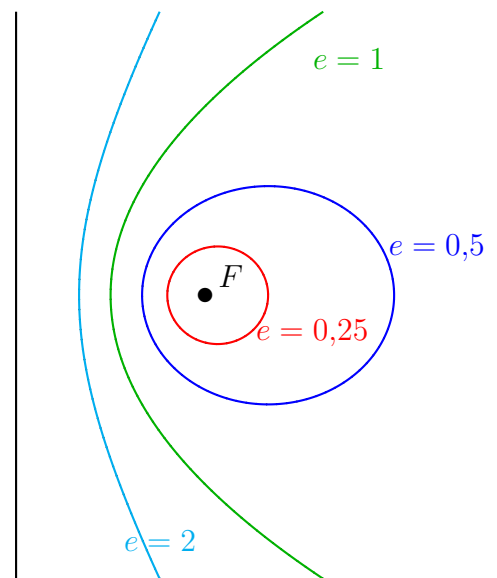
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si $a > b$, a est appelé le **demi-grand axe** et b le **demi-petit axe**. (cf schéma plus loin)

- Équation cartésienne d'une hyperbole dont les asymptotes se coupent en O :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Équation cartésienne d'une parabole : $y^2 = 2p \times x$



Équations paramétrique de courbes

- Équation paramétrique d'un cercle en coordonnée cartésienne :

$$x = R \cos(\omega t) ; y = R \sin(\omega t) ; t \in \mathbb{R}$$

- Équation paramétrique d'une ellipse en coordonnée cartésienne :

$$x = K_1 \cos(\omega t) ; y = K_2 \cos(\omega t + \varphi) ; t \in \mathbb{R}$$

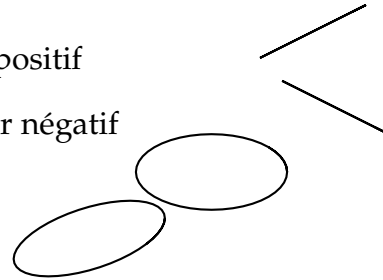
— si $\varphi = 0$ on a une droite de coefficient directeur positif

— si $\varphi = \pm\pi$ on a une droite de coefficient directeur négatif

— si $\varphi = \frac{\pi}{2}$ on a une ellipse « horizontale »

— sinon on a une ellipse « de travers »

- Les équations paramétriques sont faciles à tracer en python : `t=np.linspace(deb, fin, 1000)` puis `x=f(t)` ; `y=g(t)` ; `plt.plot(x, y)` ; `plt.show()`



IV Champ Newtonien

1. Loi de force

Dans ce chapitre, \vec{F} dérive d'une énergie potentielle $E_p(r)$ ne dépendant que de la distance $r = OM$ au centre de force, pris comme origine du référentiel.

Forces newtonienne : Dans le cas d'une interaction newtonienne (de gravitation ou électrostatique) \vec{F} est de la forme :

$$\vec{F} = -\frac{k\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|^3} = -\frac{k}{r^2}\vec{e}_r$$

- $k = \mathcal{G}mm' > 0$ avec $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI si interaction **gravitationnelle** entre M de masse m et O fixe et de masse m' .
- $k = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}qq'$ avec $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ SI si interaction **électrostatique** entre M de charge q et O de charge q' .
- L'interaction est attractive si $k > 0$ et répulsive si $k < 0$.

Remarques :

- on constate une analogie forte entre interaction gravitationnelle et électrostatique.
- certains ouvrages définissent plutôt $\vec{F} = +\frac{k}{r^2}\vec{e}_r$, il faut donc adapter les notations.
- il existe d'autres forces centrales conservatives, nous traiterons des exemples en TD.

2. Énergie potentielle, énergie mécanique

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\frac{k}{r^2}\vec{e}_r \cdot (dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta) = -\frac{k}{r^2}dr = -dE_p \quad \text{avec } E_p = -\frac{k}{r}$$

si on prend $E_p(r \rightarrow \infty) = 0$ puisque il n'y a plus d'interaction si M trop loin de O .
 \vec{F} , la résultante des forces est **conservative et $E_m = Cte$ ne dépend que des CI.**

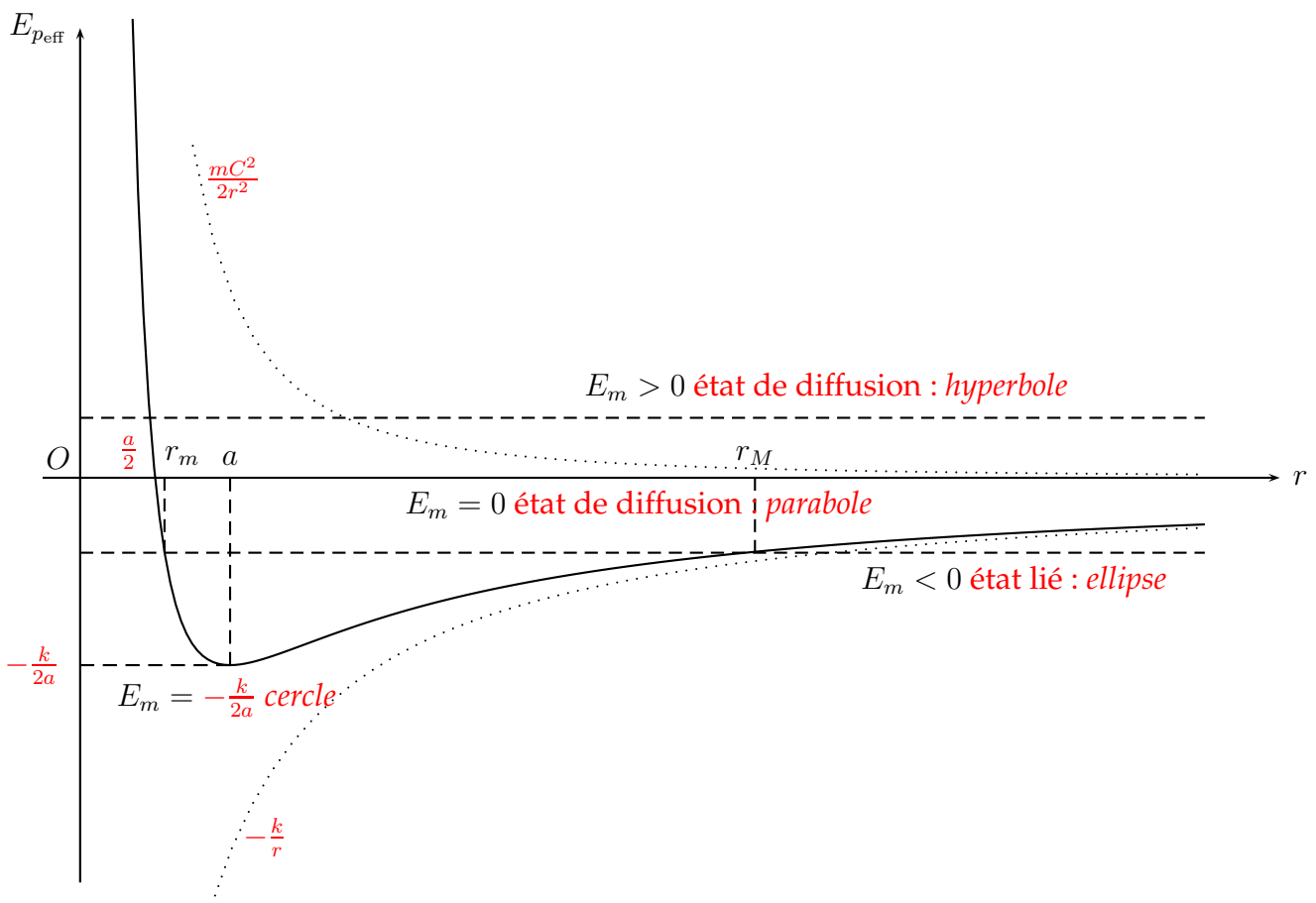
3. Énergie potentielle effective : aspect graphique

Par conservation du moment cinétique L_O de M par rapport à O , on peut se ramener à l'étude d'un système à un degré de liberté en définissant l'énergie potentielle effective telle que (Cf début du cours) :

$$E_m(M/\mathcal{R}_g) = Cte = E_m = E_c + E_p(r) = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r\dot{\theta}^2) + E_p(r) = E_{p_{\text{eff}}} + \frac{1}{2}m\dot{r}^2 \quad \text{avec}$$

$$E_{p_{\text{eff}}} = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 + E_p(r) = \frac{mC^2}{2r^2} + E_p(r) \iff E_{p_{\text{eff}}}(r) = \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{k}{r}$$

3.a. Interaction attractive : $k > 0$



* Si $E_m \geq 0$, M est dans un état **de diffusion** : M peut se rapprocher de O à la distance minimale d'approche puis s'éloigner à l'infini.

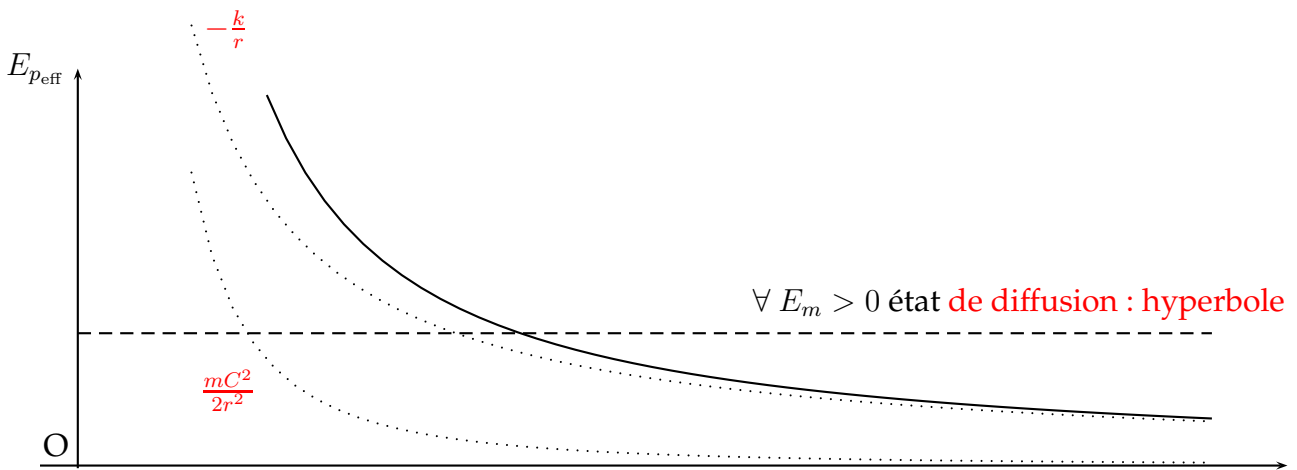
* Si $E_m < 0$, M est dans un état **lié** : M et O resteront à distance finie, $r_m \leq r \leq r_M$

* Le graphe $E_{p_{\text{eff}}}(r)$ passe par un minimum pour $r = a$ tel que

$$\frac{dE_{p_{\text{eff}}}}{dr} = 0 \iff -\frac{mC^2}{a^3} + \frac{k}{a^2} = 0 \Rightarrow a = \frac{mC^2}{k} \text{ et on a alors } E_{p_{\text{eff}}}(r = a) = E_{\text{min}} = -\frac{k}{2a}$$

* $E_{p_{\text{eff}}}(r)$ s'annule pour $r = \frac{mC^2}{2k} = \frac{a}{2}$

3.b. Interaction répulsive : $k < 0$



Quelque soit la valeur de E_m , M sera dans un état de diffusion.

4. Lois de Kepler

Les lois de Kepler ont été énoncées au début du XVII^e siècle par Kepler grâce aux mesures effectuées par Tycho Brahe. Elles ont joué un rôle dans l'établissement de la loi de la gravitation proposé par Newton vers la fin de XVII^e siècle (dépendance en $1/r^2$).

Première loi de Kepler : dans le référentiel de Kepler (Héliocentrique \simeq Copernic), les planètes décrivent des ellipses dont le soleil est l'un des foyers.

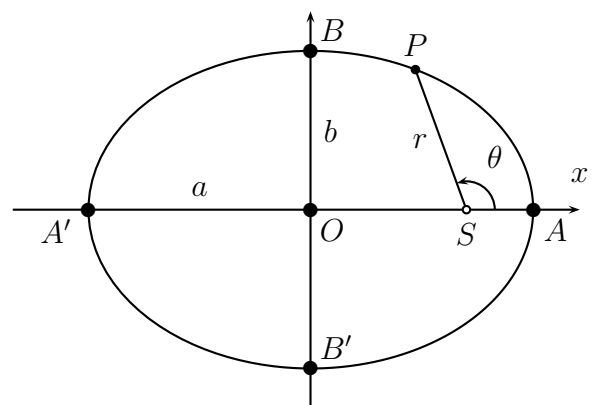
simulation planete vector + animation python
 peut se démontrer, mais nécessite des connaissances sur les coniques que vous n'avez pas, donc faites moi confiance

On est donc dans le cas où $k > 0$ et $E_m < 0$.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (\text{pas à connaître})$$

si on prend Sx comme origine des angles θ .

Remarque : en fait dans le cas de la Terre, l'excentricité e vaut $e = 0,0167 \simeq 0$ et la trajectoire de la Terre autour du Soleil est presque un cercle.



Définitions :

- La distance minimale d'approche r_m et la distance maximale r_M :
 $SA = r_m = \frac{p}{1 + e}$ le périégée (périhélie) $SA' = r_M = \frac{p}{1 - e}$ l'apogée (aphélie).
- Demi grand axe : $a = \frac{1}{2}(r_m + r_M) = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{1+e} + \frac{p}{1-e}\right) = \frac{p}{1-e^2}$

Vitesse aréolaire : soit $d\mathcal{A}$ l'aire balayée par le rayon vecteur \vec{r} pendant la durée dt .

D'après la loi des aires,

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt} = Cte = \frac{C}{2} = \frac{S_{\text{ellipse}}}{T} = \frac{\pi ab}{T}$$



Deuxième loi de Kepler : pendant l'intervalle de temps Δt , l'aire balayée par le vecteur position \vec{SP} est proportionnelle à Δt .

Troisième loi de Kepler : le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est le même pour toutes les planètes du système solaire.

Généralisation : Ces trois lois viennent en fait de la loi d'interaction en $-1/r^2$ et elles sont généralisables à n'importe quel cas où l'on a 2 objets en interaction dont l'un des deux est très lourd devant l'autre (et que l'on considèrera donc comme immobile). En particulier, ces lois ont été observées pour les 3 plus grosses lune de Jupiter dès le XVIIe.

On peut aussi les utiliser pour les satellites en rotation autour de la terre.

5. Cas du mouvement circulaire

Dans le cas particulier du mouvement circulaire, certains résultats sont faciles à obtenir.

Mouvement uniforme : D'après la conservation du moment cinétique vu au début du chapitre, $r^2\dot{\theta} = C$ est constant. Si le mouvement est circulaire, alors r est constant et donc $\dot{\theta} = \frac{C}{r^2}$ est aussi constant. Le mouvement est donc **circulaire uniforme**.

Calcul de la période : on considère une planète en interaction avec le soleil

$$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{e}_r = \frac{\vec{F}}{m} = -\mathcal{G}\frac{M_S}{r^2} \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \Omega^2 = \mathcal{G}\frac{M_S}{r^3}$$

or Ω est constant donc $\Omega T = 2\pi$ avec T la période

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \mathcal{G}\frac{M_S}{r^3} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_S} \text{ Généralisation au cas elliptique : } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_S}$$

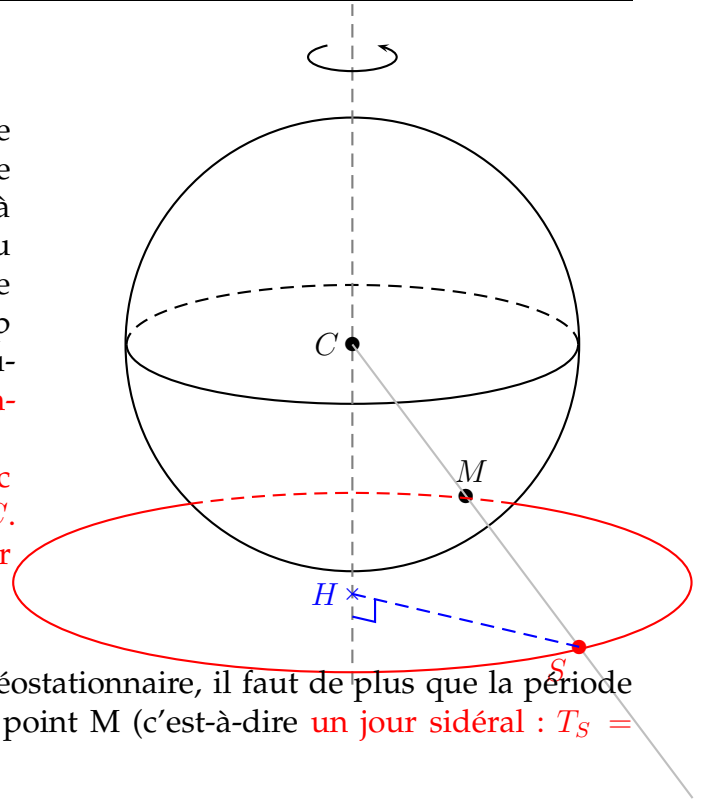
avec a le demi-grand axe

6. Exemple des satellites géostationnaire

Définition : On appelle satellite géostationnaire un satellite qui **est toujours à la vertical du même point de la terre**.

Position dans le plan équatorial : Supposons que l'on ait un point M n'importe où sur la surface de la terre et qu'un satellite géostationnaire se trouve à la verticale du point M . Pour rester à la verticale du point M , la trajectoire de S est **un cercle**. Le satellite ne peut pas utiliser en permanence un moteur (trop coûteux énergétiquement) et est donc seulement soumis à la **force d'interaction avec la terre (force centrale de centre C)**.

D'après la loi des aires, le mouvement de S est donc un mouvement plan, et dans un plan contenant C . Donc $C = H$ et le point M est nécessairement sur l'équateur.



Altitude du satellite géostationnaire Pour être géostationnaire, il faut de plus que la période de rotation du satellite soit la même que celle du point M (c'est-à-dire **un jour sidéral : $T_S = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$**)

$$\text{PFD projeté sur } \vec{e}_r : CS \Omega^2 = \mathcal{G} \frac{M_T}{CS^2} \Rightarrow CS = \sqrt[3]{\frac{\mathcal{G} M_T}{\Omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{\mathcal{G} M_T T_S^2}{4\pi^2}}$$

$$CS = h + R_T \Rightarrow h = CS - R_T = \sqrt[3]{\frac{\mathcal{G} M_T T_S^2}{4\pi^2}} - R_T = 3,579 \cdot 10^3 \text{ km} \simeq 36 \text{ 000 km}$$

A.N. $M_T = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$; $\mathcal{G} = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$; $T_S = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$; $R_T = 6371 \text{ km}$

7. Aspect énergétique

Dans le cas d'un mouvement circulaire, nous avons vu que $mr\dot{\theta}^2 = \frac{k}{r^2} \Rightarrow m\dot{\theta}^2 = \frac{k}{r^3}$ on veut exprimer

$$E_m(r) = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(r) = \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - \frac{k}{r} = \frac{1}{2}r^2 \frac{k}{r^2} - \frac{k}{r} = -\frac{k}{2r} < 0$$

On trouve bien une énergie négative, cohérent avec un état lié et le diagramme $E_{p,eff}(r)$

Dans le cas elliptique, on a en fait $E_m = -\frac{k}{2a}$ avec a le demi-grand axe.



ATTENTION, à Démontrer!!!!



Au périégée : $E_m(r_p) = \frac{1}{2}m(r_p^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2) - \frac{k}{r_p}$ et $\dot{r} = 0$ (on a un mini) puis on utilise la constantes des aires $E_m(r_p) = \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r_p^2} - \frac{k}{r_p}$

À l'apogée $E_m(r_a) = \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r_a^2} - \frac{k}{r_a}$

On veut montrer que $E_m = -k/2a$ ($a = r_p + r_a$), on multiplie par r^2 les expressions et on fait la différence (idée : faire disparaître le C qu'on ne connaît pas. De plus, E_m est constante en fait

$$E_m \times (r_p^2 - r_a^2) = 0 - k(r_p - r_a) \Leftrightarrow E_m \times (r_p - r_a)(r_p + r_a) = -k(r_p - r_a) \Leftrightarrow E_m = -\frac{k}{r_p + r_a} = -\frac{k}{2a}$$

8. Différentes orbites pour différentes utilisations

Pour les satellites artificiels autour de la Terre, on distingue généralement différents type d'orbites correspondant à des avantages et inconvénients différents, et donc des utilisations différentes.

Orbite basse : il s'agit d'orbites dont l'altitude est inférieure à 2 000 km (limite arbitraire).

Avantages : ce type d'orbite sont les plus basses et donc les moins « chères » en carburant, cela présente aussi des avantages pour les satellites d'observations car la proximité permet des prises de photos ou de mesures avec une plus grande résolution.

Inconvénients : c'est aussi le type d'orbite pour lesquelles la force de trainée due à l'atmosphère est la plus importante. On se limite d'ailleurs généralement à des altitudes supérieures à 300 km.

Utilisation : satellites météo, d'imagerie terrestre, de renseignement, de télécommunication, mission habitée.

Orbite terrestre moyenne : il s'agit d'orbites dont l'altitude est comprise entre 2 000 km et 36 000 km.

Ces satellites tournent plus lentement autour de la terre que les précédents. Ce type d'orbite est utilisé pour les satellites de navigation/positionnement : GPS, Galileo, Beidou. Avec une période d'environ 1/2 jour à 20 000 km d'altitude, on peut « facilement » créer une constellation de satellites (ensemble de satellites) dont plusieurs sont toujours visibles depuis n'importe quel point du globe.

Orbite géostationnaire : nous avons déjà parlé de ce type d'orbite à une altitude d'environ 36 000 km et à la verticale de l'équateur. Ce type d'orbite est utilisé pour les télécommunication (bien que plus loin que l'orbite basse, ce qui est un inconvénient, on peut rester focalisé sur un pays en particulier), pour la surveillance en continue d'un point précis. Ces orbites sont très demandées (environ 500 satellites sur «exactement» la même orbite), et ne permettent pas de voir (ou d'être vue depuis) les pôles.

9. vitesses cosmiques

9.a. Cas particulier de la trajectoire circulaire, première vitesse cosmique.

Si $k > 0$ et que la trajectoire est circulaire de rayon $r = Cte = a$.

$$r = a \Rightarrow E_p = -\frac{k}{r} = -\frac{k}{a}$$

$$E_m = -\frac{k}{2a} = \frac{E_p}{2} \Rightarrow E_c = E_m - E_p = \frac{k}{2a} = Cte = -E_m$$

la vitesse est alors constante : MCU.

Exemple : étude dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen, du mouvement d'un satellite M de masse m en orbite autour de la Terre de masse m_T .

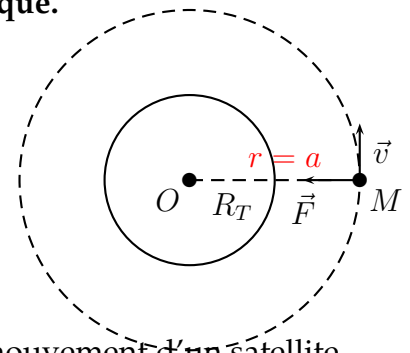
Le champ gravitationnel produit par la Terre au point d'altitude z tel que $r = R_T + z$ est

$$\vec{G}_T(M) = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{\mathcal{G}m_T}{r^2} \vec{e}_r$$

Par exemple, à l'altitude $z = 0$, on a $g_0 = \frac{\mathcal{G}m_T}{R_T^2} \simeq 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Par application du principe fondamental de la dynamique sur M dans la base polaire, on obtient

$$m(-r\dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r\ddot{\theta} \vec{e}_\theta) = -\frac{\mathcal{G}mm_T}{r^2} \vec{e}_r \Rightarrow \dot{\theta} = Cte = \frac{v}{r} \text{ et } m\frac{v^2}{r} = \frac{\mathcal{G}mm_T}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}}$$



Définition : la première vitesse cosmique ou vitesse circulaire maximale est la vitesse du point M en orbite rasante : $z = 0$, c'est à dire $r = R_T$, on a alors

$$v = \sqrt{g_0 R_T} \simeq 7,92 \text{ km.s}^{-1}$$

Remarques :

- ordre de grandeur à retenir.
- on retrouve rapidement l'expression de $v(r)$ pour un mouvement circulaire par la méthode énergétique :



$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = -E_m = \frac{k}{2r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mathcal{G}m_T}{r}}$$

9.b. Trajectoire parabolique, deuxième vitesse cosmique

On se place ici dans le cas ou $k > 0$, $e = 1 \iff E_m = 0$, la trajectoire est alors parabolique. Si on reprend le cas d'un satellite de la Terre, on a



$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\mathcal{G}mm_T}{r} = Cte = 0$$

Définition : La seconde vitesse cosmique ou vitesse de libération (ou encore vitesse parabolique) est la valeur minimale de la vitesse à communiquer à un corps à la surface de l'astre pour qu'il se trouve en état de diffusion : **au niveau du sol** ($r = R_T$),

$$E_m = 0 \iff \frac{1}{2}mv_l^2 - \frac{\mathcal{G}mm_T}{R_T} = 0 \iff v_l = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}m_T}{R_T}} = \sqrt{2g_0 R_T} \simeq 11,2 \text{ km.s}^{-1}$$

Remarques :

- ordre de grandeur à retenir.
- très loin de l'astre, sa vitesse sera nulle car $E_m = 0 = E_p + E_c = -\frac{k}{r} + E_c = 0 + \frac{1}{2}mv^2$.

Table des matières

I Conservation du moment cinétique

1. Définition et cas usuel
2. Conservation du moment cinétique : intégrale première du mouvement.
3. Conséquences sur le mouvement
 - 3.a. Planéité
 - 3.b. Loi des aires

II Cas d'une force conservative et conséquences sur le mouvement

III Un peu de géométrie

IV Champ Newtonien

1. Loi de force
2. Énergie potentielle, énergie mécanique
3. Énergie potentielle effective : aspect graphique
 - 3.a. Interaction attractive : $k > 0$
 - 3.b. Interaction répulsive : $k < 0$
4. Lois de Kepler
5. Cas du mouvement circulaire
6. Exemple des satellites géostationnaire
7. Aspect énergétique
8. Différentes orbites pour différentes utilisations
9. vitesses cosmiques
 - 9.a. Cas particulier de la trajectoire circulaire, première vitesse cosmique.
 - 9.b. Trajectoire parabolique, deuxième vitesse cosmique