

# O<sub>1</sub> Lois fondamentales de l'Optique Géométrique

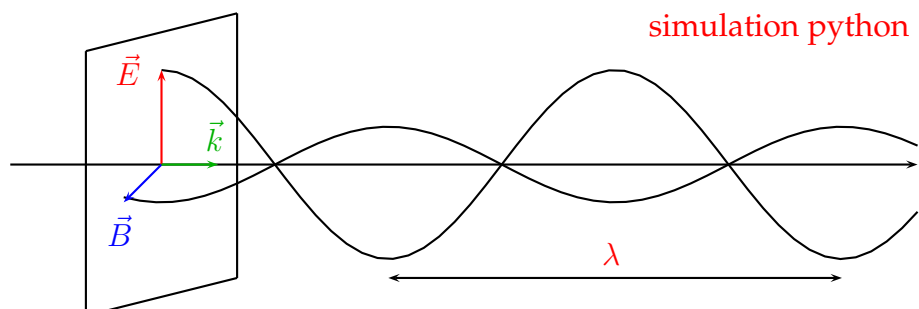
PCSI 2022 – 2023

## I Bases de l'optique géométrique

### 1. Différents aspects de la lumière

**Optique géométrique, modèle corpusculaire :** de l'antiquité grecque (Euclide **IV<sup>ème</sup> III<sup>ème</sup> siècle avant JC**) aux travaux de Newton (**XVIII<sup>ème</sup> siècle**), la nature corpusculaire de la lumière s'impose : *une source lumineuse émet des particules qui se propagent en ligne droite dans le vide et sont réfléchies par les miroirs, elles traversent les milieux matériels à des vitesses dépendant de leur nature.*

**Optique ondulatoire, modèle vibratoire :** au XVIII<sup>ème</sup> et XIX<sup>ème</sup> siècles, pour Huygens, Fresnel puis Maxwell, la lumière est une onde **électromagnétique progressive transversale** caractérisée par un champ **électrique** et un champ **magnétique perpendiculaires** qui se propagent dans le vide à la célérité  $c = 299792458 \simeq 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$



#### Définitions :

- Une onde électromagnétique qui n'est constituée que d'une seule radiation (longueur d'onde) est dite **monochromatique**.
- Sinon, elle est **polychromatique** : elle possède plusieurs radiations.
- On définit la période temporelle  $T$ , la période spatiale  $\lambda$  (longueur d'onde dans le milieu) et la fréquence  $\nu$  de la radiation par

$$\lambda = cT \quad \text{et} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$$

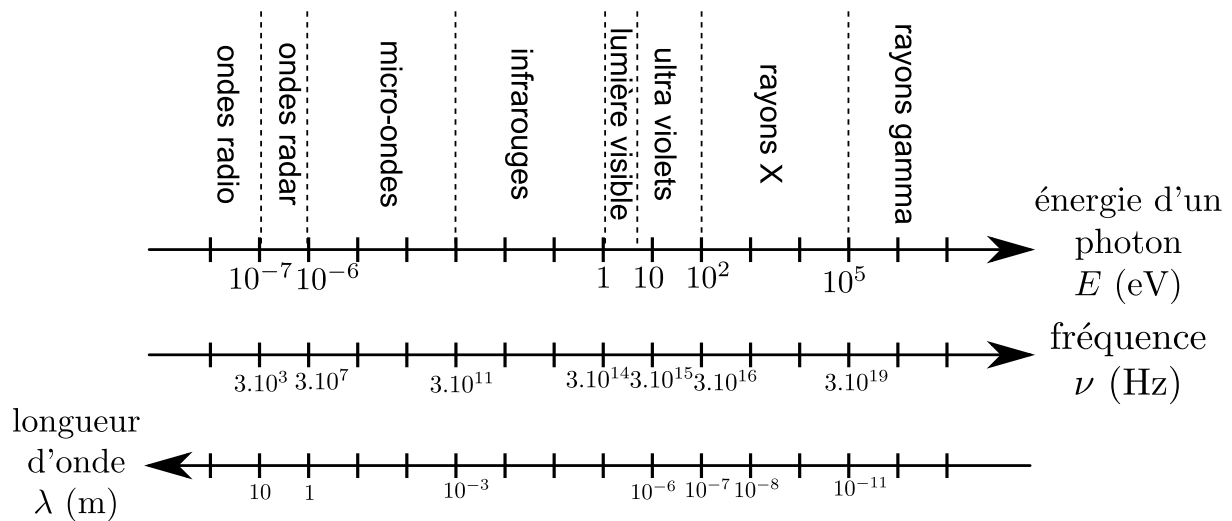
On vérifie que  $[\lambda] = L = [c][T] = L \cdot T^{-1} \cdot T = L$  (1<sup>ère</sup> relation) et  $[\nu] = T^{-1} = \frac{[c]}{[\lambda]} = L T^{-1} L^{-1}$  (2<sup>ème</sup> relation).

Les ondes lumineuses correspondent au visible, à l'infrarouge et à l'ultra-violet soit

$$400 \text{ nm} < \lambda_0 < 780 \text{ nm.}$$

La fréquence et donc la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  caractérise la "couleur" de la radiation considérée.

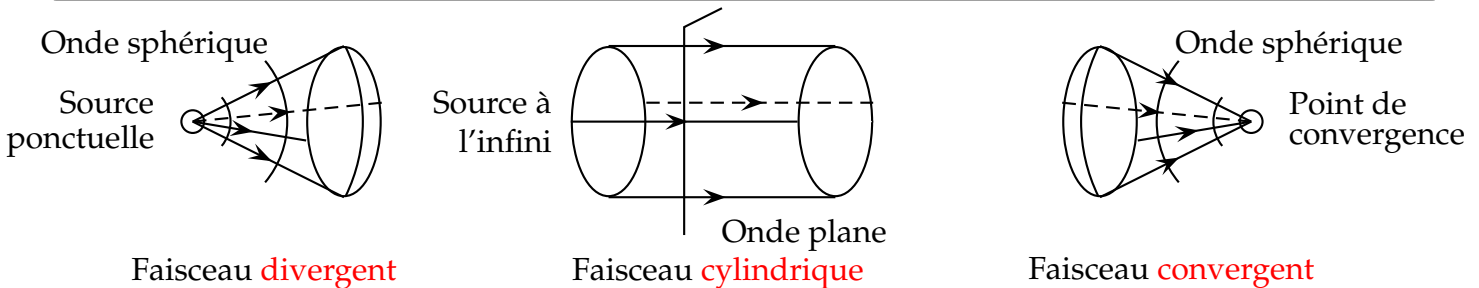
Couleur	limite UV	violet	bleu	vert	jaune	orange	rouge	limite IR
longueur d'onde dans le vide (nm)	400	420	470	530	580	600	650	780
fréquence ( $10^{14}$ Hz)	7,5	7,14	6,4	5,7	5,17	5	4,62	3,85



**Retour au modèle corpusculaire :** au début du XX<sup>ème</sup> siècle, Planck et Einstein interprètent les échanges d'énergie entre la matière et le rayonnement en énonçant que la lumière est composée de particules de masse **nulle : les photons, se déplaçant à la vitesse  $c$** .

**Conclusion, notion de rayon lumineux, faisceau :** en optique géométrique, on représente la propagation de la lumière par des **rayons lumineux**, c'est-à-dire de fins traits de lumière qui représentent le trajet suivi par la lumière, c'est un modèle simplifié représentant l'onde électromagnétique ou la trajectoire des photons.

**Définition :** un **faisceau** lumineux est constitué d'un ensemble de rayons lumineux.



## 2. Propagation de la lumière dans un MHTI

**Définition :** un Milieu est **Homogène** s'il a les mêmes propriétés physiques en tout point, **Transparent** si la lumière n'est pas absorbée lors de sa traversée et **Isotrope** s'il a mêmes propriétés physiques dans toutes les directions c'est à dire s'il n'existe pas de direction privilégiée.

**Exemple :** eau pure à température constante.

**Principe de propagation rectiligne de la lumière :** dans un milieu homogène, transparent et isotrope (MHTI), la lumière se propage en **ligne droite** : les rayons lumineux sont des **portions de droites**.



Le faisceau Laser, très légèrement divergent, est proche du modèle du rayon lumineux.

### 3. Indice de réfraction

**Définition :** on définit **l'indice de réfraction**  $n$  du milieu homogène, transparent et isotrope par :

$$n = \frac{c}{v} > 1 \text{ où } v \text{ est la vitesse de la lumière dans le MHTI.}$$

Plus l'indice de réfraction est élevé, plus le milieu est dit **réfringent**.

De plus, la vitesse de propagation et donc l'indice de réfraction dépendent de la fréquence (ou de la longueur d'onde) : phénomène de **dispersion**. En général, l'indice est d'autant plus élevé que les longueurs d'onde sont **courtes**.

**Exemples :** on retiendra  $n_{\text{vide}} = 1$ ,  $n_{\text{verre}} \simeq 1,5$ ,  $n_{\text{air}} = 1,00029 \simeq 1$  dépend de  $T$  et  $p$ ,  $n_{\text{eau}} \simeq 1,33$ .

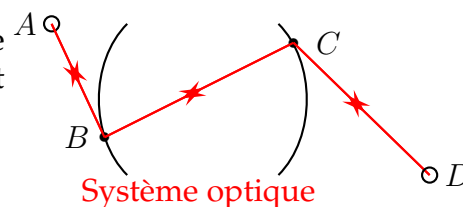
### 4. Hypothèses de l'optique géométrique

Pour effectuer les tracés, en plus du principe de propagation rectiligne de la lumière, on ajoute les hypothèses suivantes :

**Principe d'indépendance des rayons lumineux :** deux faisceaux de lumière, issus de deux sources différentes n'interagissent pas : les cheminements des différents rayons lumineux traversant un instrument d'optique sont **indépendants**.

**Principe du retour inverse de la lumière (PRIL) :** le trajet suivi par la lumière **ne dépend pas du sens de propagation**.

Si un rayon lumineux traverse un système optique de  $A$  vers  $D$ , le parcours inverse, (en sens opposé) de  $D$  vers  $A$  est physiquement réalisable.

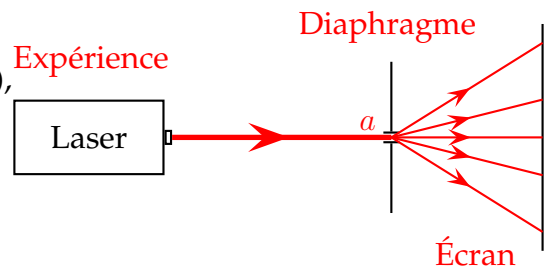


### 5. Limites du modèle

Pour isoler un rayon lumineux, il faudrait obtenir un faisceau lumineux infiniment **fin**.

Expérimentalement, on peut placer une fente ou un diaphragme devant la source lumineuse (un laser par exemple), dont on diminue l'ouverture  $a$ .

On constate alors que lorsque l'ouverture devient de l'ordre de quelques **longueurs d'onde**, le faisceau s'élargit à nouveau, son diamètre dépasse celui de l'ouverture du diaphragme : c'est le phénomène de **diffraction** (qui est dû au caractère ondulatoire de la lumière).



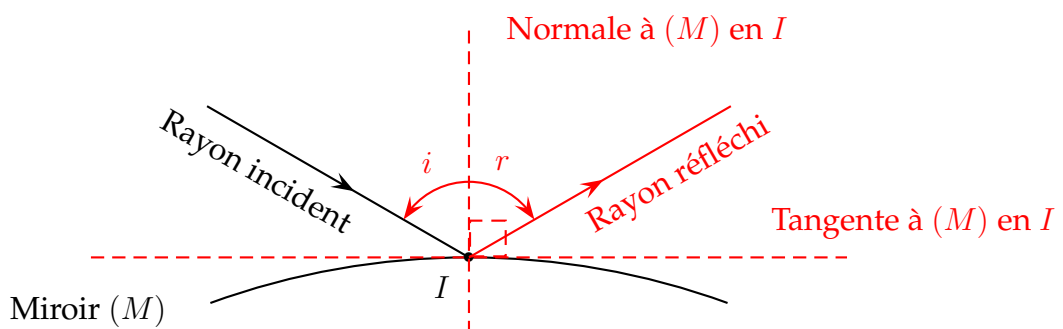
On ne peut donc pas isoler un rayon lumineux, ce n'est qu'un modèle représentant le trajet suivi par la lumière.

## II Lois de Snell Descartes

### 1. Réflexion d'un rayon lumineux

#### Définitions :

- Un miroir est **une surface parfaitement réfléchissante** (par exemple recouverte d'un dépôt métallique réfléchissant).
- Le plan d'incidence est le plan qui contient **la normale au miroir au point d'incidence  $I$  et le rayon incident** : plan de la feuille ici.
- L'angle d'incidence est l'angle **orienté de la normale en  $I$  au rayon incident**.
- Lors d'une réflexion, la lumière est renvoyée suivant une direction privilégiée (rayon réfléchi) alors que lors d'une diffusion, elle l'est **dans toutes les directions**.

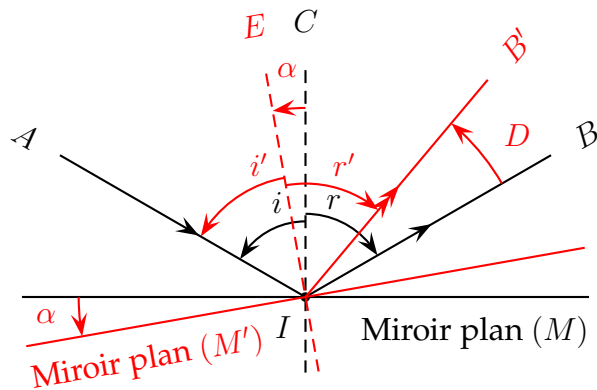


#### Lois de la réflexion :

- 1<sup>ère</sup> loi : **le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.**
- 2<sup>ème</sup> loi : **l'angle de réflexion (angle orienté de la normale au rayon réfléchi) est l'opposé de l'angle d'incidence :  $r = -i$  (relation non algébrisée :  $r = i$ ).**

**Application directe** : soit un rayon lumineux arrivant en  $I$  sur un miroir plan et le rayon réfléchi correspondant.

De quel angle le rayon réfléchi tourne-t-il quand le miroir tourne d'un angle  $\alpha$  autour de  $I$  ?



Simulation

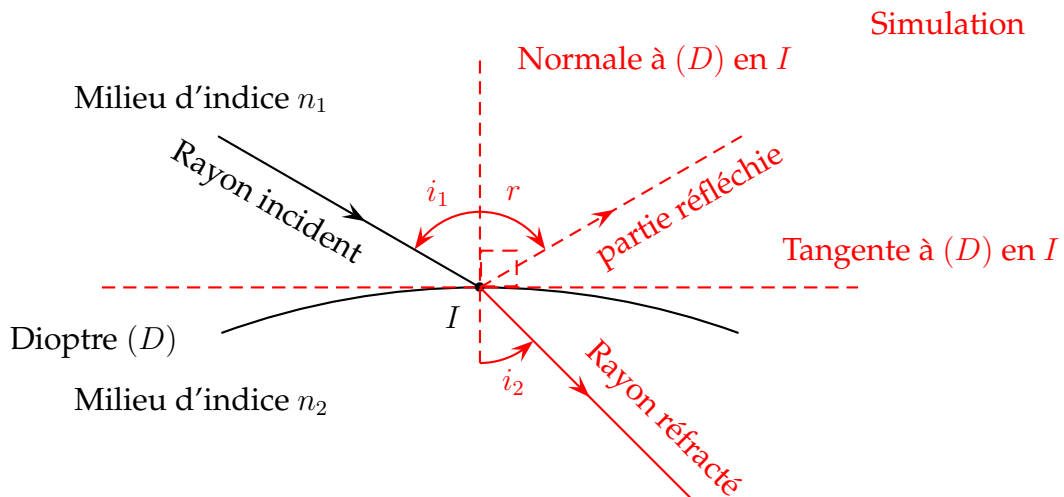
En se plaçant dans le plan d'incidence,  $D = (BIB') = (BIC) + (CIA) + (AIE) + (EIB') = -r + i - i' + r'$  avec  $r = -i$ ,  $r' = -i'$  d'où  $D = 2i - 2i'$ .

Or  $i = (CIA) = (CIE) + (EIA) = \alpha + i'$  d'où  $D = 2\alpha$ .

## 2. Réfraction d'un rayon lumineux

### Définitions :

- La surface de séparation de deux milieux homogènes transparents et isotropes est un **dioptre**.
- Lors d'une réfraction, la lumière transmise (si elle existe) change de direction.



**Remarque :** Il y a toujours une partie de la lumière qui est réfléchi. Les intensités relatives dépendent de la différence d'indice et de l'angle d'incidence.

### Lois de la réfraction :

- 1<sup>ère</sup> loi : s'il existe (Cf plus loin), le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.
- 2<sup>ème</sup> loi : s'il y a réfraction, l'angle de réfraction (angle orienté  $i_2$  de la normale au rayon réfracté) est lié à l'angle d'incidence  $i_1$  par la relation :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

### Cas limites :

- Si  $i_1 = 0$  (incidence normale),  $i_2 = 0$ , le rayon lumineux n'est pas dévié.
- Si  $n_2 > n_1$  (le milieu 2 est plus réfringent),  $i_2 < i_1$ , le rayon lumineux se rapproche de la normale, il y a toujours réfraction.

Or  $i_{1,max} = \frac{\pi}{2}$  (incidence rasante) donc il existe une valeur maximale de  $i_2$  : l'angle de réfraction limite tel que  $n_2 \sin i_{2,lim} = n_1 \sin \frac{\pi}{2} = n_1 \Rightarrow i_{2,lim} = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$ .

- Si  $n_2 < n_1$  (le milieu 2 est moins réfringent),  $i_2 > i_1$ , le rayon lumineux s'éloigne de la normale.

Or  $i_{2,max} = 90^\circ$  donc il existe une valeur de  $i_1$  au delà de laquelle il n'y a plus réfraction mais réflexion totale : c'est l'angle limite d'incidence au delà duquel on a réflexion totale :

$$n_1 \sin i_{1,lim} = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2 \Rightarrow i_{1,lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

**Réflexion totale :** Lors du passage d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent ( $n_1 > n_2$ ), il n'y a pas réfraction mais réflexion totale si  $i > i_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

**Principe de Fermat :** la lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit minimale.

Le phénomène de réfraction résulte du fait que la vitesse de propagation est différente dans les deux milieux.

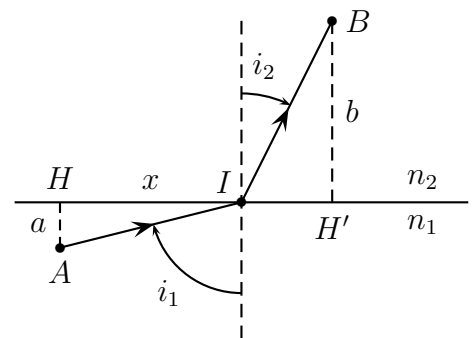
**Application directe :**

Le changement de direction du rayon lumineux correspond à une durée de parcours **minimale** entre deux points  $A$  et  $B$  de part et d'autre du dioptre.

1. Déterminer le temps de parcours  $\tau$  mis par la lumière pour aller de  $A$  à  $B$ .

On exprimera  $\tau$  en fonction des constantes  $n_1, n_2, c$  la célérité de la lumière,  $a = AH, b = BH', d = HH'$  et de la variable  $x = HI$ .

2. Déterminer la relation liant  $x$  et les constantes pour que  $\tau$  soit minimale.
3. Montrez qu'on a alors  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$



1. On décompose  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  la durée du parcours dans chaque milieu.

On a ici  $\tau_1 = \frac{AI}{v_1}$  où  $v_1 = \frac{c}{n_1}$  est la vitesse de la lumière dans le milieu d'indice  $n_1$ .

Ainsi,  $\tau_1 = \frac{n_1 AI}{c}$  et de même,  $\tau_2 = \frac{n_2 BI}{c}$ .

Par utilisation du théorème de Pythagore dans le triangle  $AHI$ , on détermine  $AI^2 = AH^2 + HI^2 = a^2 + x^2$  et de même, dans  $BIH'$  on lit  $BI^2 = BH'^2 + IH'^2 = b^2 + (d - x)^2$ .

D'où finalement,  $\tau = \frac{n_1}{c} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{n_2}{c} \sqrt{b^2 + (d - x)^2}$

2.  $\tau$  est une fonction de  $x$ , elle est minimale quand sa dérivée par rapport à la variable  $x$  s'annule. On part donc de l'équation  $\frac{d\tau}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left[ \frac{n_1}{c} (x^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{n_2}{c} (b^2 + (d - x)^2)^{\frac{1}{2}} \right] = 0$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{c} \frac{1}{2} (x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} \times 2x + \frac{n_2}{c} \frac{1}{2} (b^2 + (d - x)^2)^{-\frac{1}{2}} \times 2(d - x)(-1) = 0$$

D'où après simplification,  $\frac{n_1 x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{n_2 (d - x)}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}} = 0$

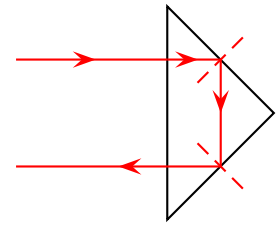
3. En remarquant que  $\sin i_1 = \frac{HI}{AI} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$  et  $\sin i_2 = \frac{IH'}{IB} = \frac{d - x}{\sqrt{b^2 + (d - x)^2}}$  on retrouve bien la relation  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

Un bon moyen pour voir si on va se rapprocher de la normale ou pas c'est de dire « comme un maître nageur sur la plage : nage moins vite dans l'eau (indice plus élevé) donc j'essaie de faire le plus grand parcours sur terre »

### III Applications

#### 1. Prismes à réflexion totale

Le rayon subit deux réflexions totales avant de revenir sur ses pas.  
 On a réflexion totale si l'indice du verre est suffisant ( $n > 1,41$ ). Les verres classiques conviennent donc.  
 Utilisé dans certains systèmes optiques : Jumelles, périscopes car pas d'usure comme surface d'un miroir mais lourds.

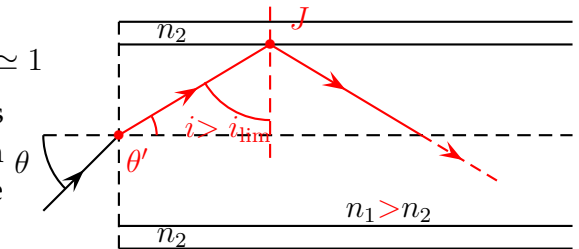


#### 2. Fibres optiques à saut d'indice

Animation Geneviève Tulloue

On peut remarquer que certains rayons qui entrent dans la fibre n'y restent pas piégés. Déterminer une condition sur  $\theta$  (inégalité) pour que le rayon lumineux ne ressorte pas de la fibre.

air  $n \simeq 1$



on doit avoir  $i > i_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ , or  $\theta' = \frac{\pi}{2} - i$ , d'où il est nécessaire d'avoir  $\theta' < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ . On a donc  $\sin \theta < n_1 \sin \theta'_{max} = n_1 \cos \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$   
 On parle de cône d'acceptance, l'ouverture numérique d'une fibre est le sinus de l'angle d'acceptance.

Pour pouvoir transmettre un signal, il est nécessaire que les différentes informations soient distinguables, en particulier que deux impulsions successives soient telles que la première finit d'arriver avant que la seconde commence à arriver.

Toutefois, en fonction de l'angle  $\theta$ , la distance parcourue et donc le temps de parcours varie. Une impulsion va donc s'élargir (temporellement) au fur et à mesure de la propagation le long de la fibre. On appelle dispersion intermodale  $D_i$  la grandeur

$$D_i = \frac{t_{max} - t_{min}}{L}$$

qui représente l'élargissement de l'impulsion par unité de longueur ( $t_{max}$  et  $t_{min}$  le temps de parcours du mode le plus lent et le plus rapide sur une distance  $L$ ).



Déterminer  $D_i$  compte tenu des calculs précédents.

Pour tous les modes, la vitesse est constante et vaut  $c/n_1$ . Le mode le plus rapide est celui qui va tout droit et parcourt simplement une distance  $L$ . Le mode le plus lent est celui pour lequel  $i = i_{lim}$ , il parcourt une distance  $L/\sin i = \frac{L}{n_2/n_1}$ .

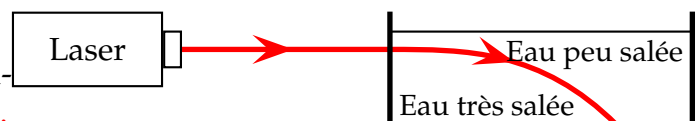
$$D_i = \frac{\frac{L}{c/n_1} - \frac{L}{n_1/c}}{L} = \frac{n_1}{c} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

On a bien une grandeur  $>0$  et homogène à la définition.

#### 3. Propagation dans un milieu non homogène

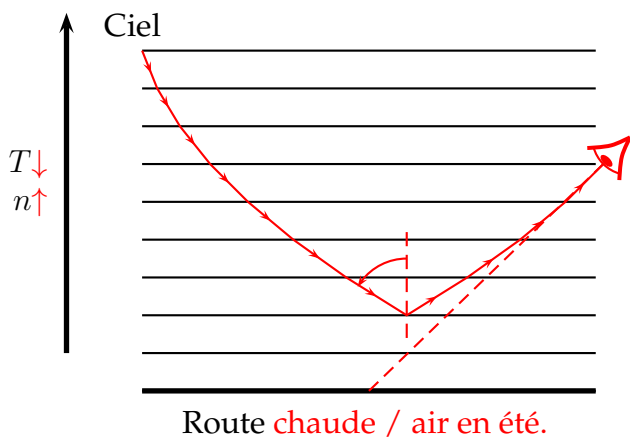
Mise en évidence : dans un milieu non

homogène, c'est à dire à indice variable, il y a courbure des rayons lumineux avec une concavité orientée dans le sens des indices croissants.

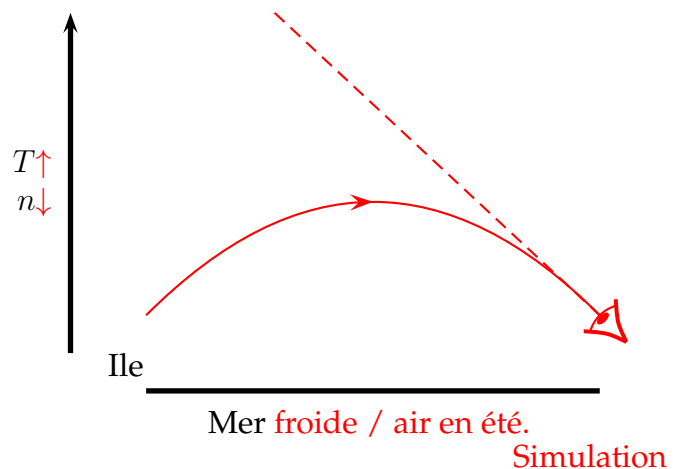


**Effet mirage :** à pression constante, si la température de l'air est plus grande, sa densité **diminue** et on se rapproche du vide donc l'indice de l'air **diminue**.

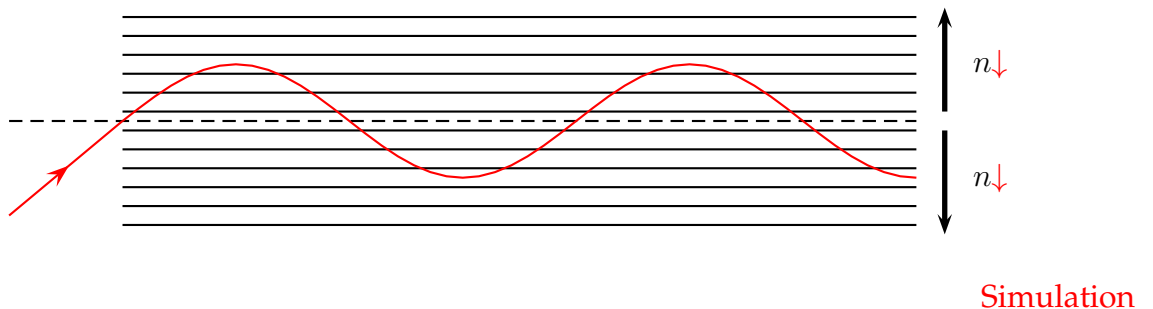
Mirage **inférieur**



Mirage **supérieur**



**Fibres à gradient d'indice :** dans ce cas, on considère des couches infiniment fines d'indices infiniment voisins et décroissants quand on s'éloigne du centre, et on peut utiliser les lois de la réfraction au niveau de chaque dioptré successif.



#### 4. Dispersion de la lumière par un prisme

**Définitions :**

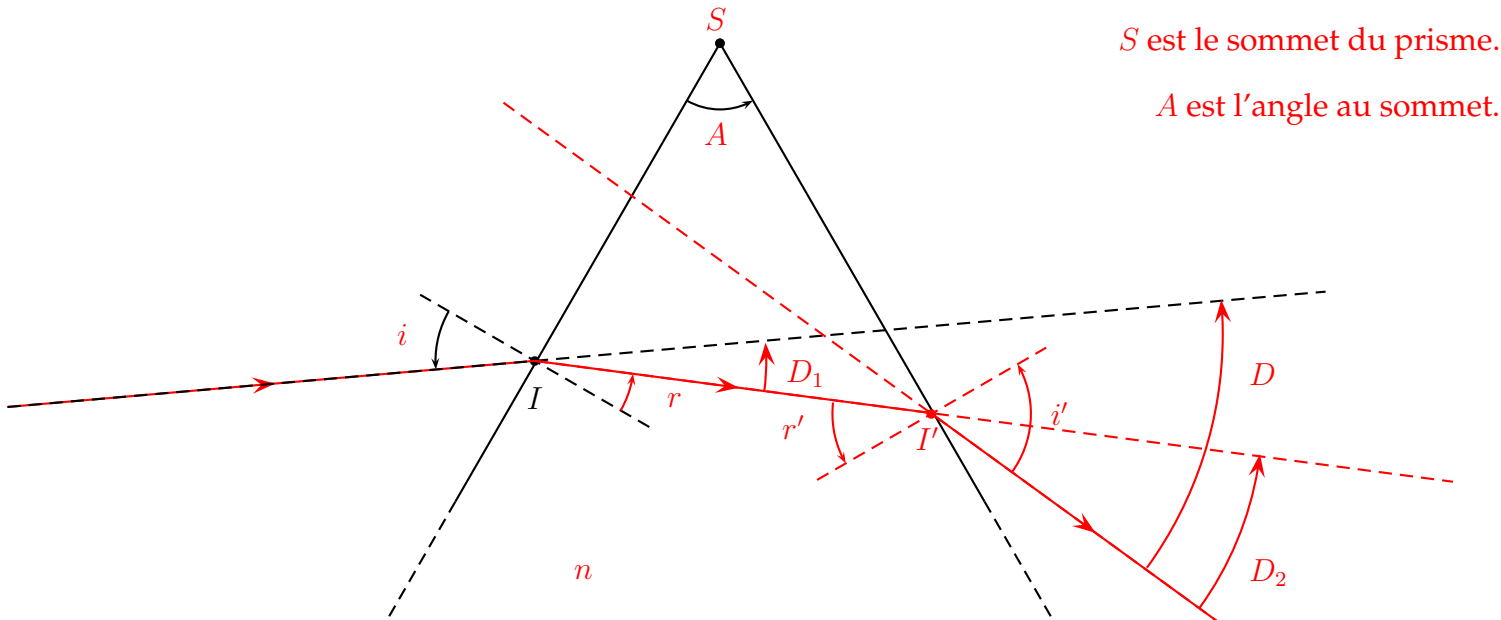
- On appelle **prisme** un milieu transparent que nous supposons homogène et isotrope d'indice  $n$  limité par deux dioptrés plans non parallèles.  $n$  ne dépend que de  $\lambda$ , la longueur d'onde de la lumière. Le prisme est plongé dans l'air dont l'indice est pris égal à 1.
- La droite selon laquelle se coupent les deux dioptrés est son **arête**
- Est plan de section principale tout plan perpendiculaire à l'arête.

La figure ci-dessous est réalisée dans un plan de section principale. D'après les lois de Snell Descartes, tous les rayons sont **coplanaires** et appartiennent donc **au plan de la figure**.

**Attention à l'orientation de  $i'$  et  $r'$ .**

Simulation





**Formules du prisme :** établir les quatre relations indépendantes liants  $i, i', r, r', A$  et  $D$ , l'angle que fait le rayon émergent (s'il existe) avec le rayon incident.

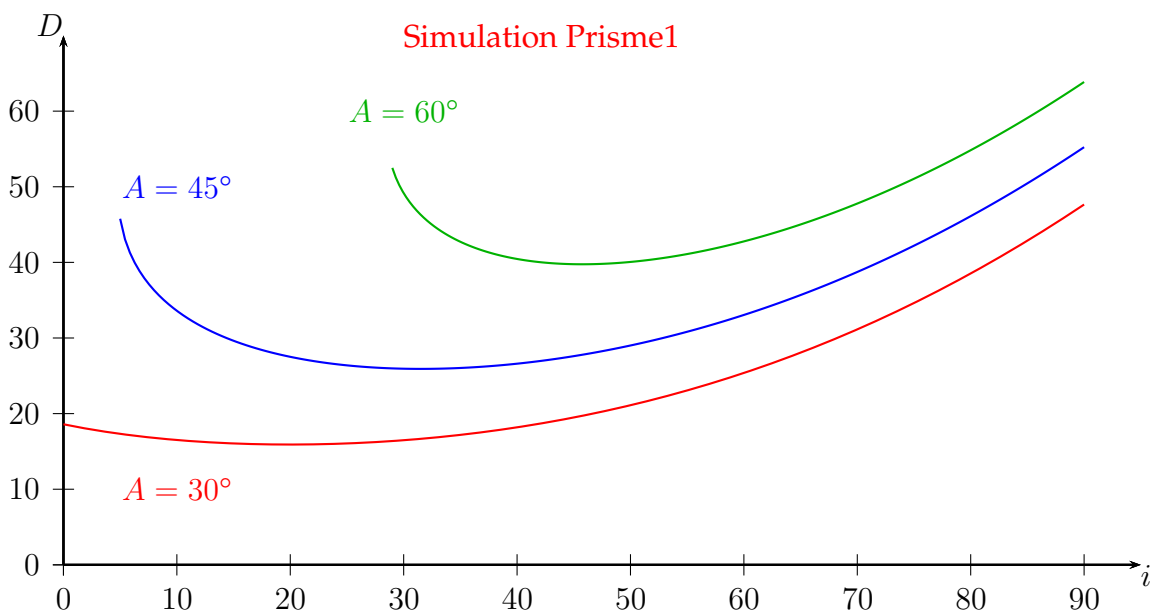
Lois de Snell-Descartes en  $I$  et  $I'$  :  $\sin i = n \sin r$  (1) et  $\sin i' = n \sin r'$  (2)

Dans le triangle  $SII'$ ,  $A + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' = \pi$  d'où  $A = r + r'$  (3)



En décomposant  $D = D_2 + D_1 = i' - r' + i - r$  et avec  $r + r' = A$ , on obtient  $D = i + i' - A$  (4)

**Graphe  $D = f(i)$  :** à partir des relations précédentes et pour différentes valeurs de  $A$ .

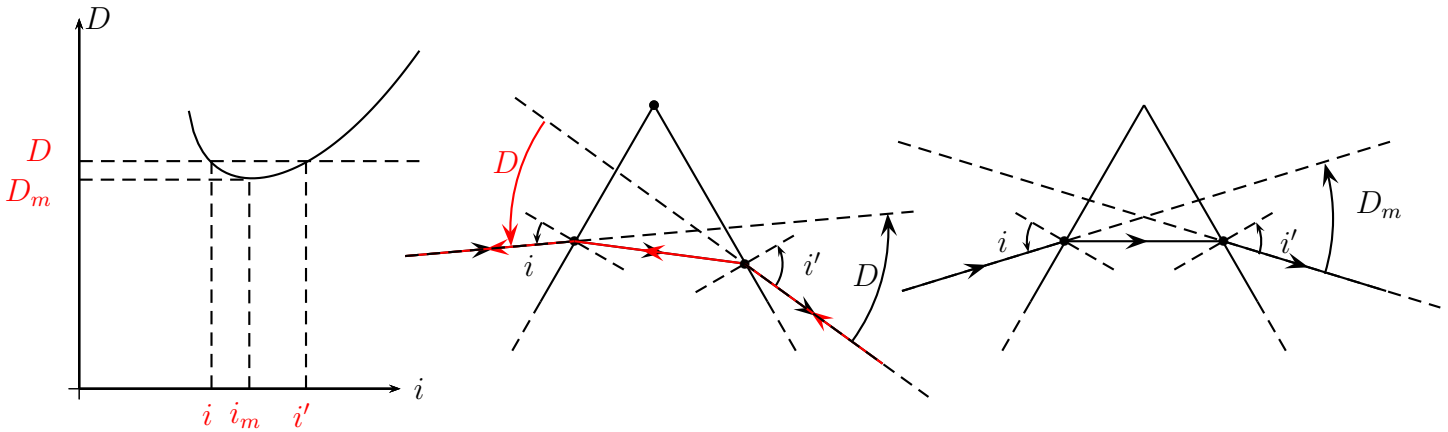


$D$  n'est pas définie pour certaines valeurs de  $i$  qui dépendent de  $A$  et de  $n$ , une simulation confirme que le rayon émergent n'existe pas toujours.

**Conditions d'émergence du rayon incident :**

**Étude de la déviation  $D(i)$**  : on travaille avec une lumière monochromatique  $\lambda$  donnée. Montrer qu'au minimum de déviation,  $D = D(\text{mini}) = D_m$ , la lumière se propage orthogonalement au plan bissecteur. En déduire l'expression de  $n$  en fonction de  $A$  et  $D_m$ .

Si à  $i$  correspond  $D$  et  $i'$ , d'après le PRIL, à  $i'$  correspond  $i$  et  $D$ , d'où sur la courbe,



C'est à dire que quand  $D = D_m$ ,  $i = i'$  et  $r = r' = \frac{A}{2}$  d'après (3),  $i = i' = \frac{D_m + A}{2}$  d'après (4) et  $\sin i = n \sin r$  d'après (1) d'où



$$n = \frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

La mesure de  $D_m$  à l'aide d'un goniomètre permet de déterminer  $n$ .

**Dispersion de la lumière  $D(\lambda)$**  : on travaille maintenant à  $i$  constant mais avec une lumière polychromatique.

On observe (simulation et TP) que la lumière dont les radiations correspondent aux plus faibles valeurs de  $\lambda$  (bleu) sont les plus déviées. Simulation prisme 2

$$D_{\text{bleu}} > D_{\text{rouge}}$$

Application : étude des spectres des sources lumineuses.

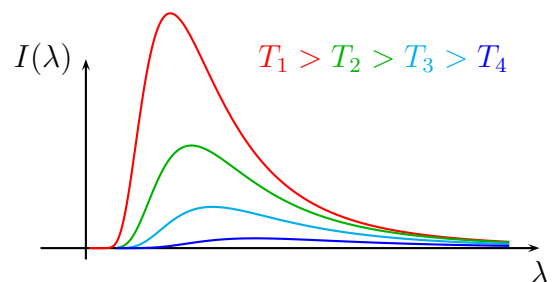
## IV Sources lumineuses

Différents objets peuvent servir de source primaire en optique, ils diffèrent par le **spectre émis**, la **puissance émise**, leur **rendement** ainsi que la **directivité de la lumière**.

### 1. Source par rayonnement thermique

Tout les objets chauds émettent des ondes électromagnétiques, et ce d'autant plus que leur température est élevée. Leur spectre est continu. De plus, plus la température est élevée, plus le spectre se décale vers les hautes fréquences, c'est-à-dire les **courtes longueurs d'ondes**.

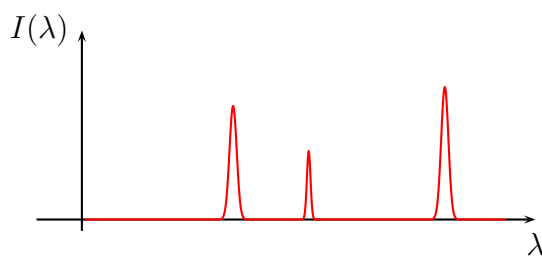
Exemples : **Soleil**, **lampe à incandescence**, **lampe halogène / quartz iode**, **corps humain (lunette infrarouge)**



## 2. Lampes spectrales

Ce sont des lampes dont le principe repose sur les transition électronique d'un atome ou d'une molécule en phase gaz. Lorsqu'un électron se désexcite, il émet une radiation lumineuse de longueur d'onde bien définie.

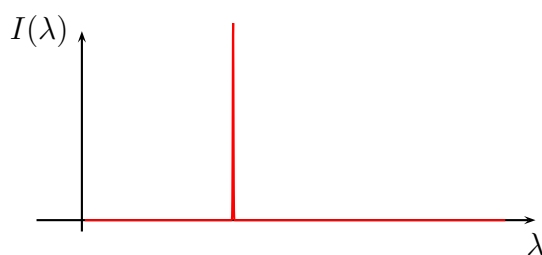
Leur spectre est un spectre de raies correspondant aux différentes transition électronique possible.



## 3. Laser

Leur principe de fonctionnement repose sur l'émission stimulée : les ondes émises par les atomes sont émises à la même fréquence et en phase. C'est une source quasiment monochromatique, formant des rayons quasiment parallèles et généralement intense.

Leur danger vient de leur puissance surfacique.



## Table des matières

<b>I Bases de l'optique géométrique</b>	<b>1</b>
1. Différents aspects de la lumière	1
2. Propagation de la lumière dans un MHTI	2
3. Indice de réfraction	3
4. Hypothèses de l'optique géométrique	3
5. Limites du modèle	3
<b>II Lois de Snell Descartes</b>	<b>4</b>
1. Réflexion d'un rayon lumineux	4
2. Réfraction d'un rayon lumineux	5
<b>III Applications</b>	<b>7</b>
1. Prismes à réflexion totale	7
2. Fibres optiques à saut d'indice	7
3. Propagation dans un milieu non homogène	7
4. Dispersion de la lumière par un prisme	8
<b>IV Sources lumineuses</b>	<b>10</b>
1. Source par rayonnement thermique	10
2. Lampes spectrales	11
3. Laser	11

Manip :

1. visualisation de la réflexion réfraction à la traversée d'un dioptre + réflexion totale (cuve avec un miroir au fond)
2. déviation d'un laser par un gradient d'indice
3. Laser guidé par la fontaine lumineuse
4. spectre de plusieurs sources (prisme et/ou spectro à fibre).