

# O<sub>2</sub> Formation d'images par un système optique.

PCSI 2024 – 2025

## I Définitions

**Système optique :** un système optique est formé par une succession de milieux homogènes, transparents et isotropes (MHTI) séparés par des dioptries (et / ou des miroirs).

**Objet :** un objet lumineux

- émet : source **primaire** (flamme, filament d'ampoule, étoile ...) ou
- diffuse : source **secondaire** (cette feuille de papier ...)

de la lumière, les rayons lumineux émis peuvent entrer dans un système optique.

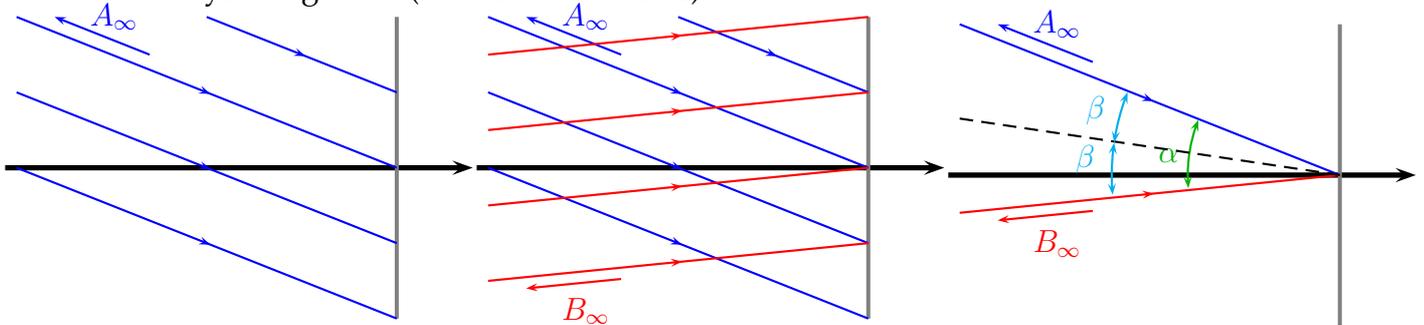
Si ses dimensions sont très faibles devant les distances d'observation, l'objet est dit **ponctuel** ( $A$ ) (étoile vue de la Terre), sinon, il est **étendu** (lune vue de la Terre) mais il sera alors considéré comme un ensemble d'objets ponctuels ( $A, B, C \dots$ ).

**Objet ponctuel à l'infini :** Si un objet ponctuel est situé à l'infini, alors les rayons qu'il envoie sur le système optique **arrivent parallèles entre eux**.

Animation python

**Remarques :**

- C'est un modèle pour les objets situés à grande distance.
- Si l'objet peut-être considéré à l'infini, mais non ponctuel (cas de la lune ou du soleil par exemple), alors chaque point de l'objet se comporte comme un objet ponctuel à l'infini, mais les rayons ne sont pas tous parallèles entre eux.
- Pour un objet étendu à l'infini, on s'intéresse généralement au diamètre angulaire : **angle entre les rayons extrêmes émis par l'objet et arrivant sur le système optique** ou au rayon angulaire (moitié du diamètre)



**Relation de conjugaison, image et stigmatisme :**

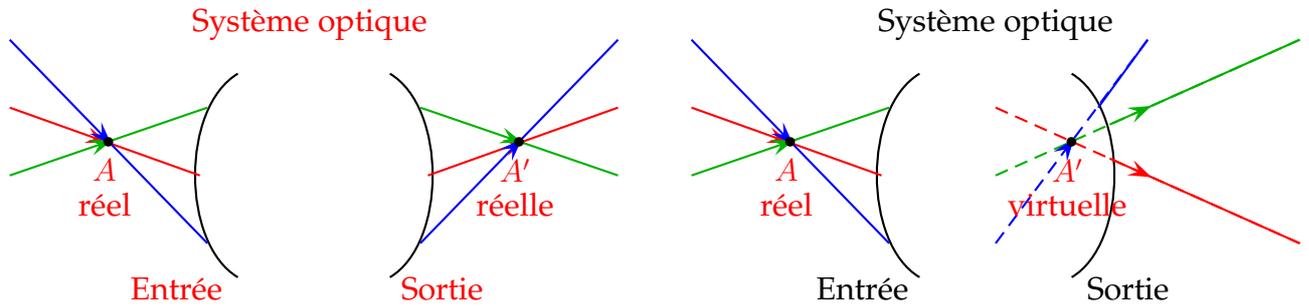
- Si tout rayon lumineux issu d'un point objet  $A$  émerge d'un système optique en passant ou en semblant provenir d'un point  $A'$ , les points  $A$  et  $A'$  sont dits **conjugués**.
- $A'$  est **l'image conjuguée** de  $A$  par le système optique, il existe une relation de conjugaison entre la position de  $A$  et celle de  $A'$ .

**Définition :** Un système optique est rigoureusement **stigmatique** pour le couple  $(A, A')$  si **l'image  $A'$  d'un point objet  $A$  est parfaitement ponctuelle**.

**Remarque :** si l'objet est étendu ( $A, B \dots$ ), son image par le système est **étendue** ( $A', B' \dots$ ).

**Caractère réel ou virtuel :** les objets et les images ponctuels peuvent être réels ou virtuels suivant que les rayons incidents ou émergents **passent réellement ou non par ces points**.

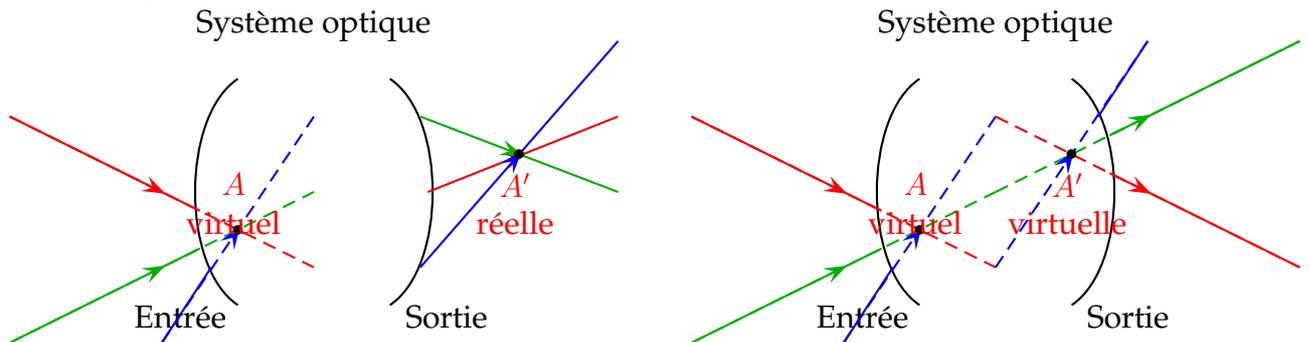
- Cas d'un objet réel : un objet réel  $A$ , ponctuel, est **à l'intersection des rayons incidents**.



L'image  $A'$  de  $A$  à travers le système est réelle si **les rayons émergents convergent en  $A'$** . Cette image peut être directement projetée sur un écran placé en  $A'$ .

L'image  $A'$  de  $A$  à travers le système est virtuelle si les rayons issus du système **semblent provenir d'un point  $A'$** . Cette image ne peut pas être directement vue sur un écran mais l'œil peut la voir (ce sera pour lui un **objet** virtuel dont il formera une image réelle sur la rétine).

- Cas d'un objet virtuel : un objet ponctuel  $A$  est virtuel si les rayons qui parviennent sur le système optique ne sont pas issus de  $A$ , mais **convergeraient en  $A$  si le système optique n'existait pas**.



L'image  $A'$  de  $A$  à travers le système est réelle si les rayons sortant du système optique **convergent en  $A'$** .

L'image  $A'$  de  $A$  à travers le système est virtuelle si les rayons sortant du système optique **semblent provenir de  $A'$** .

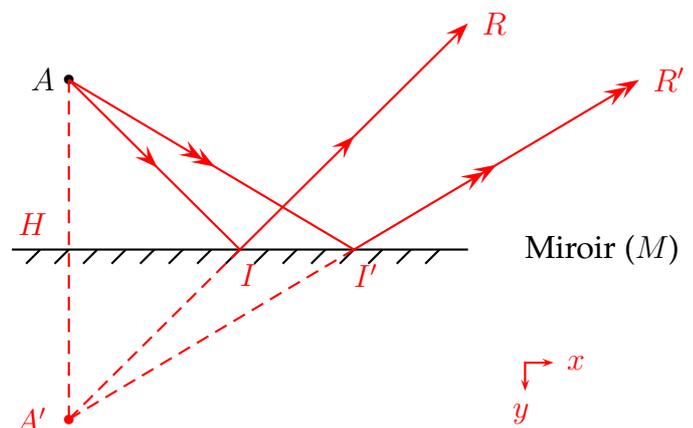
## II Exemple du miroir plan : stigmatisme rigoureux.

### 1. Construction

En respectant les lois de la réflexion en  $I$  et  $I'$ , on construit les rayons réfléchis  $IR$  et  $I'R'$  qui **semblent provenir de  $A'$**  le symétrique de  $A$  par rapport au miroir  $M$ .

 Tous les rayons issus de l'objet ponctuel  $A$  semblent provenir de  $A'$ , **l'image virtuelle de  $A$  à travers  $M$** .

On a **stigmatisme rigoureux** pour tout couple  $(A, A')$  symétriques par rapport au miroir plan.



Simulation Optgé

## 2. Relation de conjugaison

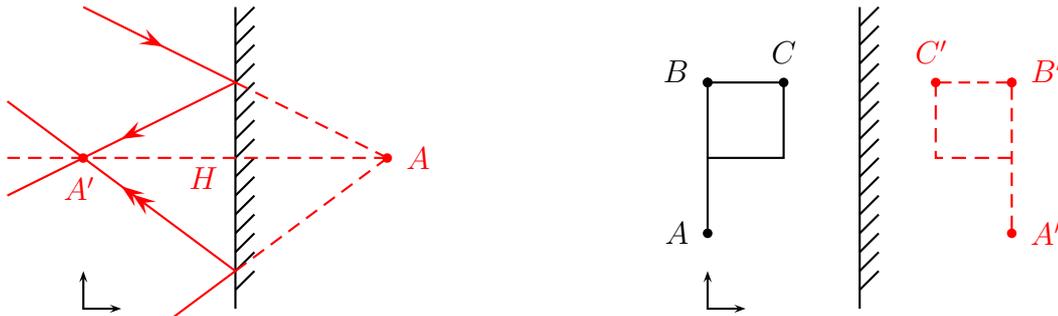
En appelant  $H$  le projeté de  $A$  sur le miroir, on peut écrire la relation de conjugaison algébrique :



$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$$

avec ici,  $\overline{HA} < 0$  et  $\overline{HA'} > 0$  en orientant les grandeurs algébriques dans le sens de propagation de la lumière incidente.

## 3. Cas d'un objet virtuel



On a toujours  $\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$  avec ici,  $\overline{HA} > 0$  : objet **virtuel** et  $\overline{HA'} < 0$  : image **réelle**.

## 4. Cas des objets étendus

On applique la relation de conjugaison précédente à chaque point de l'objet.

**Remarque :** l'image est **virtuelle, tracé en pointillés**

# III Exemple du dioptre plan : stigmatisme approché.

Correspond à observer un poisson sous l'eau : on voit le poisson, mais pas au bon endroit

## 1. Étude en lumière monochromatique

### 1.a. Construction

$A'$  est à l'intersection de deux rayons issus de  $A$ .

- rayon  $AH$  non dévié.
- rayon  $AI$  dévié.

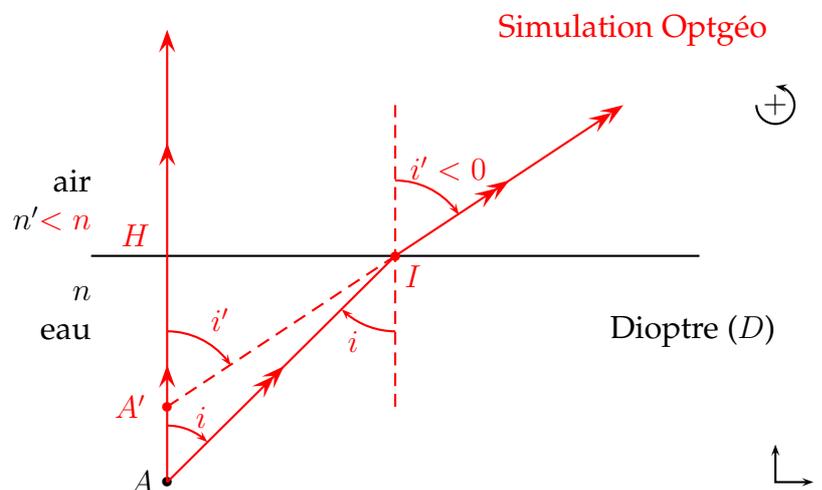
$A'$  est une image **virtuelle**.



### 1.b. Relation de conjugaison

$$\tan i = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \text{ et } \tan i' = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}} \text{ d'où}$$

$$\overline{HA} \cdot \tan i = \tan i' \cdot \overline{HA'}$$



### 1.c. Aberrations géométriques

Même en utilisant  $n \sin i = n' \sin i'$ , ne peut pas éliminer  $i$  de l'expression de  $\overline{HA'}$  (Cf TD). La simulation confirme que la position de  $A'$  **dépend de  $i$ , on a pas stigmatisme rigoureux**. L'image de  $A$  n'est donc plus un point mais une tache, on ici apparition **d'aberrations géométriques**.

**Remarque :** on a tout de même stigmatisme rigoureux si

- $A$  est **sur le dioptre** :  $\overline{HA} = 0 \Rightarrow \overline{HA'} = 0$  pour tout  $i$ .
- $A$  est **à l'infini** :  $\overline{HA} = \pm\infty \Rightarrow \overline{HA'} = \pm\infty$ .

### 1.d. Stigmatisme approché

Si les rayons issus de  $A$  arrivent tous avec une incidence **faible** :

$i \ll 1$  rad et  $i' \ll 1$  rad, on a alors  $\sin i \simeq i$ ,  $\cos i \simeq 1$ ,  $\sin i' \simeq i'$  et  $\cos i' \simeq 1$ .

La relation précédente s'écrit alors  $\frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} \simeq \frac{n'}{n}$  soit,

$$\boxed{n\overline{HA'} \simeq n'\overline{HA}}$$
 relation de conjugaison du dioptre plan si incidence faible

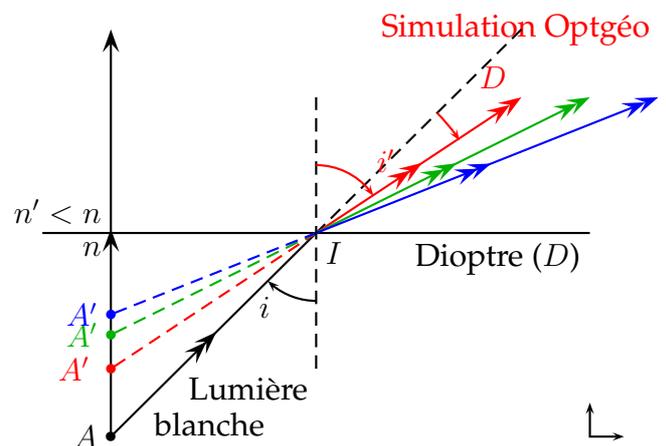
**Définition :** on a un stigmatisme **approché** si l'image  $A'$  d'un point objet ponctuel  $A$  est une tache de très petites dimensions.

## 2. Étude en lumière polychromatique : aberrations chromatiques

Au passage du dioptre, le phénomène de dispersion implique une déviation plus importante pour les radiations bleues.

$$D_{\text{bleu}} > D_{\text{vert}} > D_{\text{rouge}}$$

L'image  $A'$  présente des **irisations**, on parle ici **d'aberrations chromatiques**.



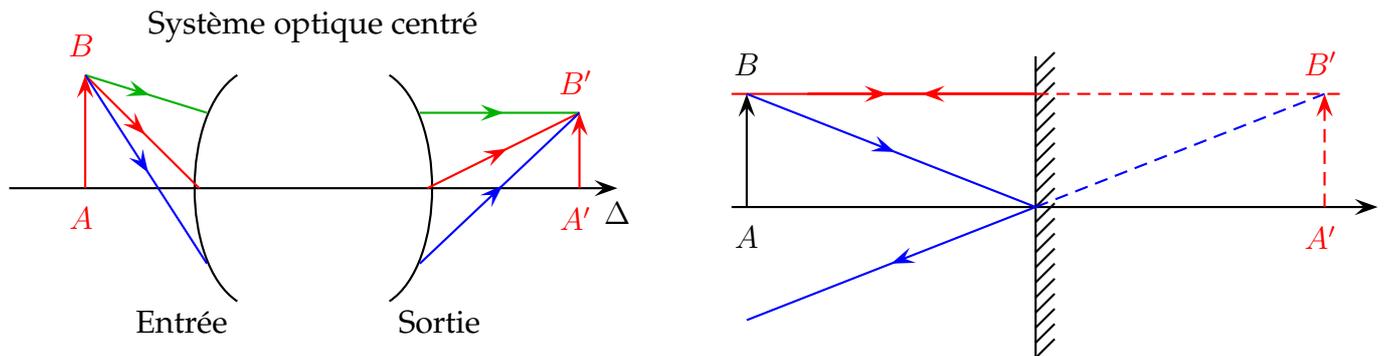
## IV Système optique centré dans les conditions de Gauss

### 1. Définition, aplanétisme

**Définition :** un système optique est dit **centré** s'il possède **un axe de symétrie de révolution : l'axe optique  $\Delta$** .

**Remarque :** la symétrie impose que les miroirs et les dioptries soient **perpendiculaires à cet axe**, il en résulte qu'un rayon arrivant suivant l'axe optique **ne change pas de direction (mais éventuellement de sens)**.

**Définition :** un système optique centré (possédant un axe de symétrie  $\Delta$ ) présente un **aplanétisme rigoureux** si pour tout objet  $AB$  plan et perpendiculaire à  $\Delta$ , l'image  $A'B'$  est **plane et perpendiculaire à  $\Delta$** .



**Remarques :**

- l'aplanétisme rigoureux nécessite **le stigmatisme rigoureux**.
- $\Delta$  est souvent orienté dans le sens de la lumière incidente.

**Exemple :** le miroir plan est un système qui présente un aplanétisme (et un stigmatisme) rigoureux.

## 2. Conditions de Gauss

Un système optique usuel (excepté **le miroir plan**) n'est pas rigoureusement stigmatique pour tout point, il ne peut donc pas présenter d'aplanétisme rigoureux.

Malgré tout, on peut obtenir des images de bonne qualité au moyen d'un système optique en se plaçant dans **les conditions de Gauss**, le système est alors **approximativement stigmatique et aplanétique**.

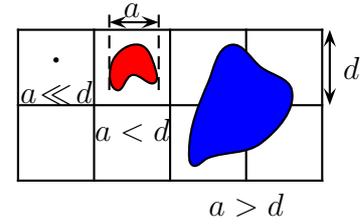
**Définition :** on est dans les conditions de Gauss si les rayons incidents, issus du point objet  $A$  sont **peu inclinés par rapport à l'axe optique et peu écartés de cet axe : rayons paraxiaux**.

On devra donc utiliser des objets **de faibles dimensions, proches de l'axe optique** et limiter l'ouverture des faisceaux à l'aide de **diaphragmes**.

Dans ces conditions, le système est approximativement stigmatique et aplanétique, donc à chaque point correspond son image et il suffit de **deux** rayons pour placer l'image d'un objet : on détermine  $B'$  puis  $A'$  **par projection sur  $\Delta$  car aplanétisme**.

### 3. Lien avec les caractéristiques du détecteur

Le stigmatisme rigoureux n'est pas indispensable pour obtenir des images de bonne qualité, un stigmatisme approché peut suffire. En effet, les capteurs disposent d'une résolution limitée (taille d'un pixel pour un appareil photo numérique). Dans le cas du stigmatisme approché, l'image d'un point est une tache de petite dimension  $a$ . Si l'on note  $d$  la taille d'un élément photosensible, alors à partir du moment où la taille de la tache est inférieure à la dimension du capteur ( $a < d$ ), le capteur ne peut pas faire la différence entre stigmatisme approché et stigmatisme rigoureux.



**Stigmatisme approché :** Compte tenu de la résolution non infinie des capteurs, il suffit que les rayons incidents issus d'un point  $A$  forment une tache autour d'un point  $A'$  dont la dimension est inférieure à celle des cellule photo-sensible.

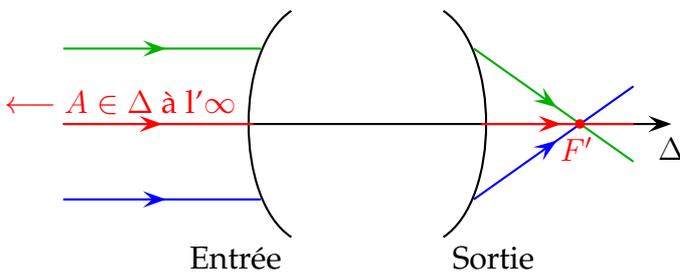
### 4. Éléments des systèmes optiques centrés dans les conditions de Gauss

#### 4.a. Foyer principal image et plan focal image

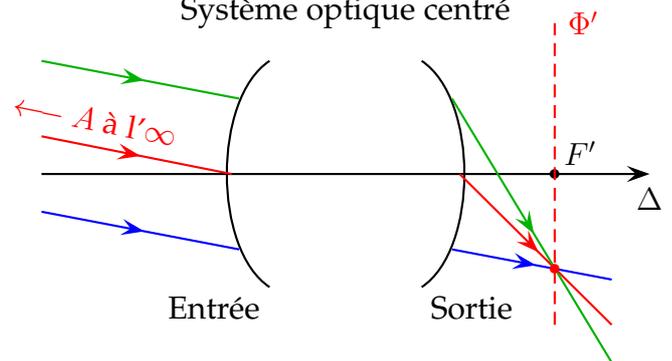
**Définition :** le foyer principal image (réel ou virtuel) est le point  $F'$  de l'axe optique où se forme l'image d'un point objet ( $A$ ) situé à l'infini sur l'axe optique (et émettant donc des rayons incidents parallèles à cet axe).

$$A_\infty \in \Delta \rightarrow A' = F'$$


Système optique centré



Système optique centré



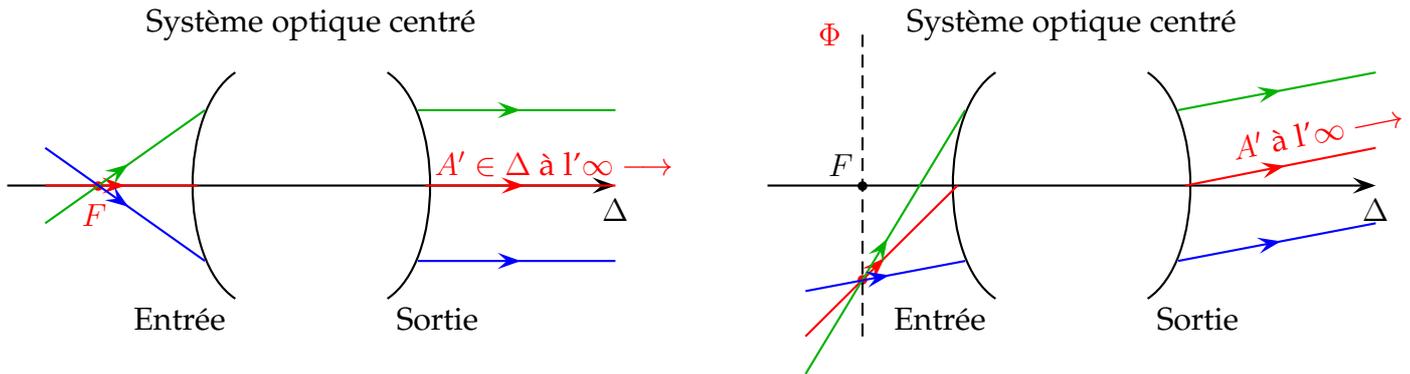
**Définitions :** un foyer secondaire image est l'image d'un point objet à l'infini mais n'appartenant pas à l'axe optique, l'ensemble des foyers secondaires images forment le plan focal image  $\phi'$  perpendiculaire à l'axe optique en  $F'$ .

$$A_\infty \rightarrow A' \in \Phi'$$

4.b. Foyer principal objet et plan focal objet

**Définition :** le foyer principal objet (réel ou virtuel) est le point  $F$  de l'axe optique dont l'image ( $A'$ ) est à l'infini sur l'axe (le faisceau émergent du système optique est parallèle à l'axe).

$$A = F \rightarrow A'_\infty \in \Delta$$



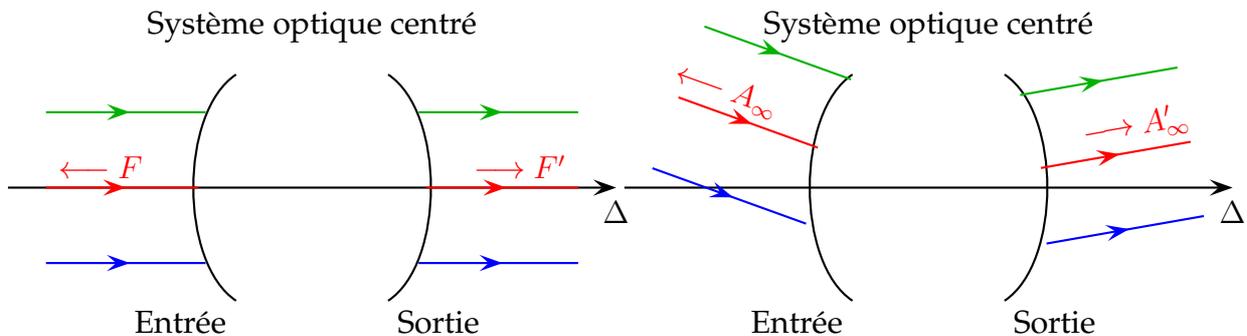
**Définitions :** un foyer secondaire objet est un point dont l'image est à l'infini mais pas sur  $\Delta$ . L'ensemble des foyers objets engendrent un plan perpendiculaire à  $\Delta$  en  $F$  : le plan focal objet  $\phi$ .

$$A \in \Phi \rightarrow A'_\infty$$

5. Système afocal

**Définition :** un système optique est dit afocal si ses foyers sont rejetés à l'infini.

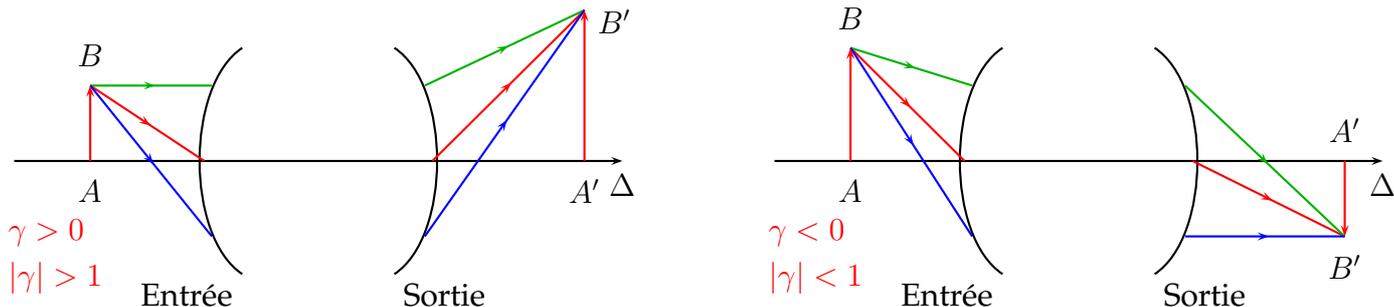
$$F = A_\infty \in \Delta \rightarrow A'_\infty = F' \in \Delta$$



Deux rayons arrivant parallèles sur le système optique en ressortent **parallèles**.

**Exemples :** miroir plan, dioptre plan, lunette de Galilée ...

### 6. Grandissement - Grossissement



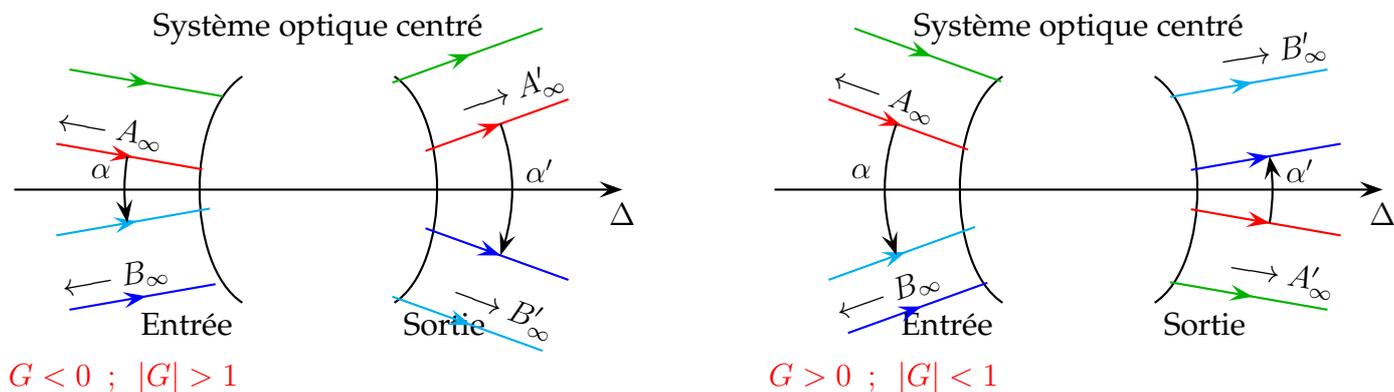
**Définition :** On appelle **grandissement** (transversal) le rapport de la taille de l'image sur la taille de l'objet :  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ .

Remarques :

- Il est **positif** si l'image est **droite** et **négatif** si l'image est **renversée**.
- En valeur absolue, il est **supérieur à 1** si l'image est **agrandie** ( $|\gamma| \geq 1$ ) et vice versa.

Dans le cas d'un système afocal, donc d'objets et d'images étendus à l'infini, il n'est généralement pas confortable de travailler avec les tailles de l'objet et de l'image (infiniment grandes et infiniment loins). On préfère travailler sur les angles.

**Définition :** Dans le cas d'un système afocal, on appelle **grossissement** (ou grandissement angulaire) le rapport du diamètre angulaire de l'image sur celui de l'objet :  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ .



# Table des matières

## I Définitions

### II Exemple du miroir plan : stigmatisme rigoureux.

1. Construction
2. Relation de conjugaison
3. Cas d'un objet virtuel
4. Cas des objets étendus

### III Exemple du dioptre plan : stigmatisme approché.

1. Étude en lumière monochromatique
  - 1.a. Construction
  - 1.b. Relation de conjugaison
  - 1.c. Aberrations géométriques
  - 1.d. Stigmatisme approché
2. Étude en lumière polychromatique : aberrations chromatiques

### IV Système optique centré dans les conditions de Gauss

1. Définition, aplanétisme
2. Conditions de Gauss
3. Lien avec les caractéristiques du détecteur
4. Éléments des systèmes optiques centrés dans les conditions de Gauss
  - 4.a. Foyer principal image et plan focal image
  - 4.b. Foyer principal objet et plan focal objet
5. Système afocal
6. Grandissement - Grossissement